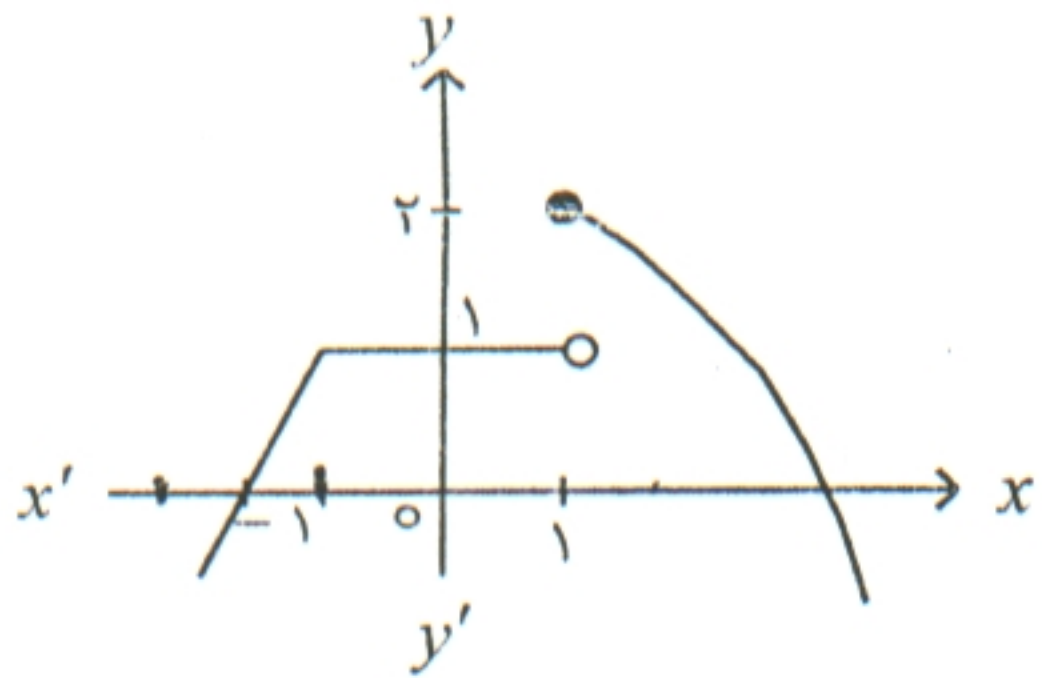


سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۳/۰۴		
ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت خردادماه سال ۱۳۸۲	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی		

ردیف	سؤالات	نمره
۱	حاصل هر یک از عبارات زیر را به صورت یک بازه نشان داده و جواب را روی محور نمایش دهید. الف) $(-\infty, 3) \cup (-1, 3]$ ب) $(-2, 1] \cap [-1, 2)$	۱
۲	اگر $y = ax^2 + bx + c$ باشد، مقادیر a و b و c را طوری بیابید که: سهمی، محور x ها را در نقطه ای به طول -1 و محور y ها را در نقطه ای به عرض 2 قطع نماید و از نقطه $A(1, 6)$ نیز بگذرد.	۱/۲۵
۳	اگر $f(x) = x^2 + 3$ و $g(x) = \sqrt{x-1}$ باشند، مطلوب است: الف) محاسبه مقدار $(f-2g)(5)$ ب) تعیین ضابطه و دامنه تابع $f \circ g$	۱/۷۵
۴	شکل مقابل نمودار تابع f است، حاصل هر یک از عبارتها را بنویسید. الف) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ پ) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ ت) $f(1)$ 	۱
۵	حد توابع زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + x - 15}{3x^2 + 13x + 12}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-5x^2}{x^2 - 1}$ پ) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1}$ ت) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin(x-a)}{x^2 - a^2}$ ث) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x+3}{x^2 - 5x}$	۴/۵
۶	تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} ax+2 & , x > 2 \\ 3x & , x = 2 \\ bx-1 & , x < 2 \end{cases}$ داده شده است. عددهای a و b را طوری بیابید که $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -1$ و $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$ باشد. ادامه سؤالات در صفحه‌ی دوم	۱/۵

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)		رشته: علوم تجربی		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)				تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۳/۰۴			
ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت خردادماه سال ۱۳۸۲				سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی			
۷	$f(x) = \begin{cases} -x-1 & , x > 1 \\ -2 & , x = 1 \\ 2x^2 - x - 3 & , x < 1 \end{cases}$ پیوستگی تابع $f(x)$ را در نقطه ی $x = 1$ بررسی نمایید.						۱
۸	طول نقاط ناپیوستگی تابع $f(x) = \frac{3x+2}{x^2+x-2}$ را تعیین کنید.						۰/۷۵
۹	مشتق تابع های زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق لازم نیست.) الف) $y = \frac{1}{x^2+3x+2}$ (ب) $y = \sqrt{x^2-4x}$ (پ) $y = \sin^3 x \cos^2 x$ (ت) $y = \tan^2 5x$						۲
۱۰	تابع $f(x) = x^2 - x + 1$ را در نظر بگیرید: الف) آهنگ متوسط تغییر تابع f را وقتی متغیر از $x_1 = 1$ به $x_2 = 5$ تغییر کند، بدست آورید. ب) آهنگ لحظه ای تغییر این تابع را در نقطه $x = 3$ تعیین کنید.						۱/۵
۱۱	ضرایب a و b را چنان بیابید که نقطه A (۳- و ۱) نقطه عطف تابع $y = x^3 + ax^2 + bx$ باشد.						۱/۲۵
۱۲	نمودار تابع $y = -x^2 + 2x - 3$ را رسم کنید.						۱/۵
۱۳	معادله خط مماس بر منحنی $f(x) = x^2 + 1$ را در نقطه $x = 1$ واقع بر منحنی بنویسید.						۱
جمع نمرات							۲۰
» موفق باشید «							

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۳/۰۴
ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت خردادماه سال ۱۳۸۲	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح
۱	الف) $(-\infty, 3]$ (۰/۲۵) ب) $[-1, 1]$ (۰/۲۵)
۲	$(-1, 0) \Rightarrow 0 = a(-1)^2 + b(-1) + c \Rightarrow a - b + c = 0, (0, 2) \Rightarrow 2 = a(0)^2 + b(0) + c \Rightarrow c = 2, (1, 6) \Rightarrow 6 = a(1)^2 + b(1) + c \Rightarrow a + b + c = 6 \Rightarrow \begin{cases} a - b + c = 0 \\ a + b + c = 6 \end{cases} \Rightarrow a = 1(0/25), b = 3(0/25)$
۳	الف) $(f - 2g)(5) = f(5) - 2g(5) \Rightarrow 5^2 + 3 - 2\sqrt{5-1} = 24$ (۰/۲۵) ب) $D_f = R, D_g = X - 1 \geq 0 \Rightarrow D_{fog} = \{X \in D_g \mid g(X) \in D_f\} \Rightarrow D_{fog} = \{X \in [1, +\infty) \mid \sqrt{X-1} \in R\} \Rightarrow D_{fog} = [1, +\infty)$ (۰/۲۵) $(fog)(X) = (\sqrt{X-1})^2 + 3 = X + 2$ (۰/۲۵)
۴	الف) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ ندارد (۰/۲۵)، ب) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 1$ (۰/۲۵)، پ) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$ (۰/۲۵)، ت) $f(1) = 2$ (۰/۲۵)
۵	الف) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + x - 15}{3x^2 + 13x + 12} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(2x-5)(x+3)}{(3x+4)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x-5}{3x+4} = \frac{2(-3)-5}{3(-3)+4} = \frac{-11}{-5} = \frac{11}{5}$ (۰/۲۵) ب) $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{-5x^2}{x^2 - 1} = \frac{-5(1^+)^2}{(1^+)^2 - 1} = \frac{-5}{0^+} = -\infty$ (۰/۲۵) پ) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1} \times \frac{\sqrt{x+3} + 2}{\sqrt{x+3} + 2} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{\sqrt{x+3} + 2} = \frac{1}{\sqrt{1+3} + 2} = \frac{1}{4}$ (۰/۲۵) ت) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin(x-a)}{x^2 - a^2} = \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{\sin(x-a)}{x-a} \times \frac{1}{x+a} \right) = 1 \times \frac{1}{a+a} = \frac{1}{2a}$ (۰/۲۵) ث) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+3}{x^2 - 5x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{x^2} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$ (۰/۲۵)

ادامه در صفحه‌ی دوم

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۳/۰۴
ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت خردادماه سال ۱۳۸۲	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی

۶	$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} ax + 2 = 2a + 2 \Rightarrow 2a + 2 = 1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2} \quad (۰/۲۵)$ $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} bx - 1 = 2b - 1 \Rightarrow 2b - 1 = -1 \Rightarrow b = 0 \quad (۰/۲۵)$
۷	$f(1) = -2(۰/۲۵), \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (-x - 1) = -2(۰/۲۵), \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (2x^2 - x - 3) = -2(۰/۲۵) \Rightarrow$ $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = f(1) = -2(۰/۲۵)$ تابع، در نقطه $x=1$ پیوسته است.
۸	$x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow (x+2)(x-1) = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ یا } x = 1 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow$ تابع در نقاط به طول ۱ و ۲- ناپیوسته است. (۰/۲۵)
۹	الف) $y' = \frac{-(2x+3)}{(x^2+3x+2)^2} \quad (۰/۲۵)$ ب) $y' = \frac{2x-2}{2\sqrt{x^2-4x}} \quad (۰/۲۵)$ پ) $y' = 3 \cos 3x \cos 2x \quad (۰/۲۵) - 2 \sin 2x \sin 3x \quad (۰/۲۵)$ ت) $y' = 10 \tan 5x (1 + \tan^2 5x) \quad (۰/۵)$
۱۰	$\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{(5^2 - 5 + 1) - (1^2 - 1 + 1)}{5 - 1} = \frac{21 - 1}{4} = 5 \quad (۰/۲۵)$ $f'(3) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x + 1 - (3^2 - 3 + 1)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - x - 6}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+2)}{x-3} = 5 \quad (۰/۲۵)$ ادامه در صفحه سوم

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۳/۰۴
ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت خردادماه سال ۱۳۸۲	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی

۱۱	$(1, -3) \Rightarrow -3 = 1 + a + b \Rightarrow a + b = -4 \quad (I) \quad (0/25)$ $y' = 3x^2 + 2ax + b \quad (0/25) \Rightarrow y' = 6x + 2a = 0 \Rightarrow 6(1) + 2a = 0 \Rightarrow a = -3 \quad (0/5)$ $I: -3 + b = -4 \Rightarrow b = -1 \quad (0/25)$
----	--

۱۲

$$D=R \Rightarrow x \rightarrow \pm\infty \Rightarrow y \rightarrow -\infty, x=0 \Rightarrow y=-3 \quad (./\Delta),$$

$$y' = -2x + 2 \Rightarrow -2x + 2 = 0 \Rightarrow x=1, y=-2 \quad (./\Delta)$$

x	$-\infty$	۰	۱	۲	$+\infty$
y'	+	+	۰	-	-
y	$-\infty$	-۳	-۲ max	-۳	$-\infty$

(./Δ)

(./Δ)

۱۳	$f'(x) = 2x \quad (0/25) \quad x=1 \xrightarrow{\text{در تابع}} y=2 \quad (0/25) \quad x=1 \xrightarrow{\text{در مشتق } m=2} 2=m \quad (0/25)$ $y - y_1 = m(x - x_1) \quad y - 2 = 2(x - 1) \quad (0/25)$
----	--

	مصححین محترم با عرض سلام و خسته نباشید « لطفاً برای روش های حل درست دیگر، بارم را به تناسب تقسیم فرمائید. » با تشکر
--	---