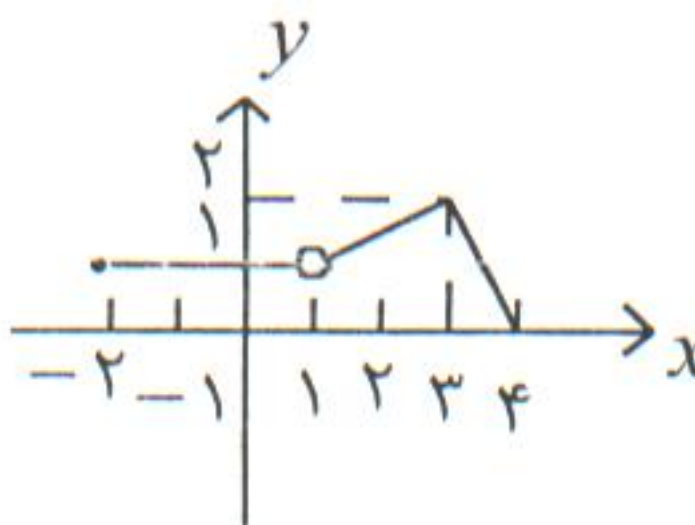
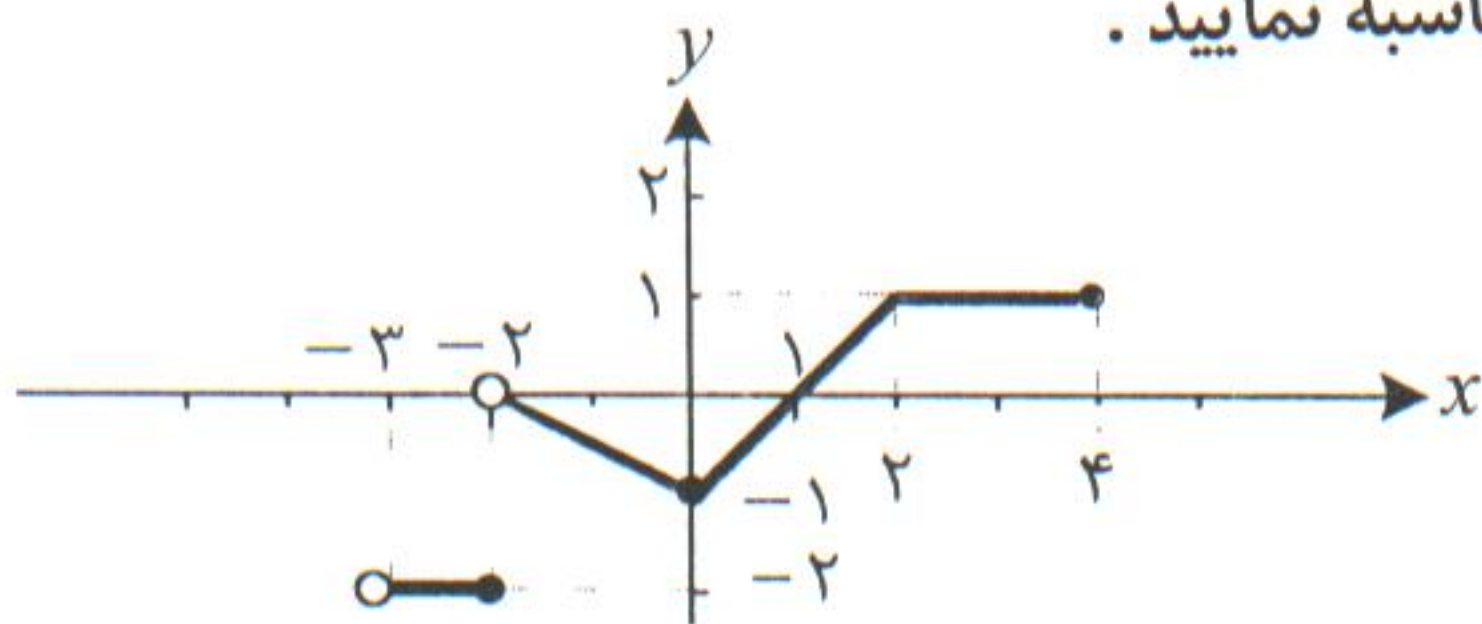
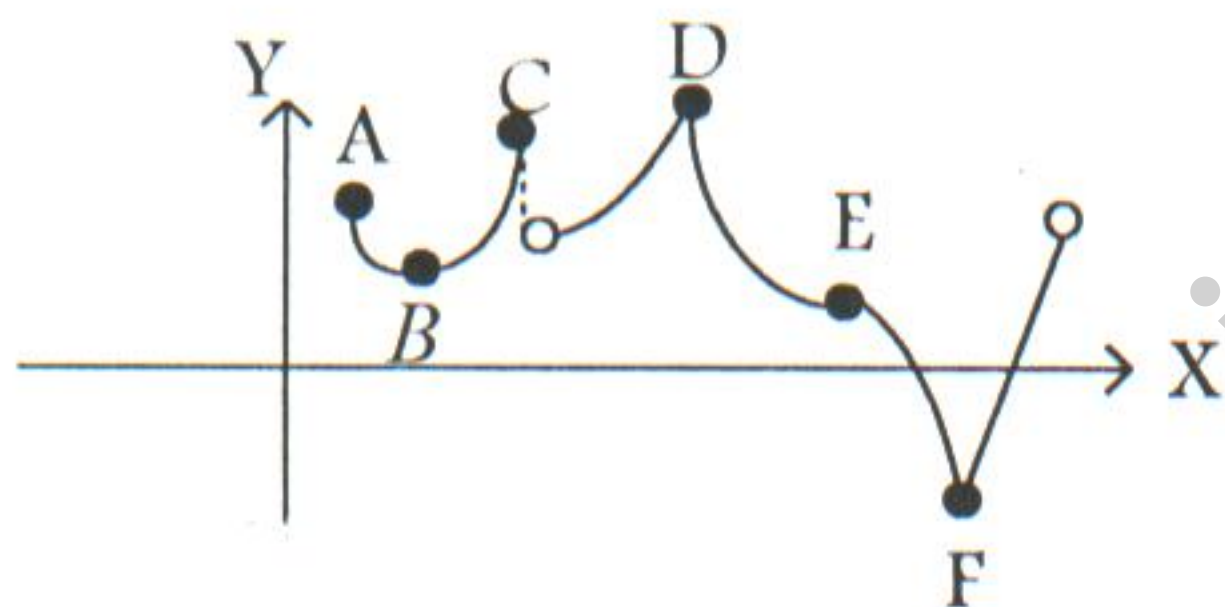


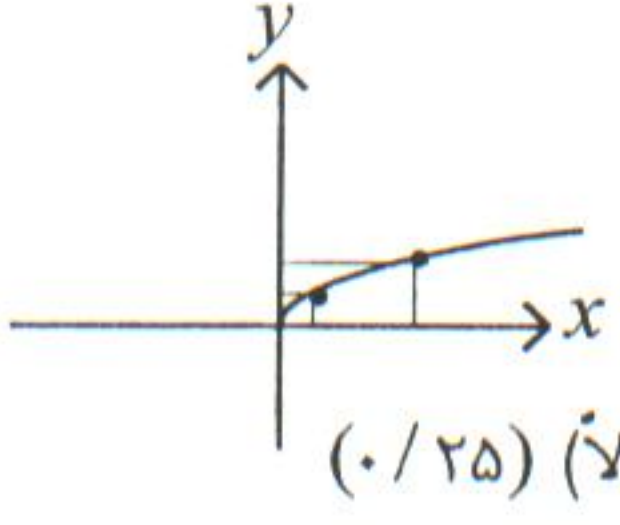
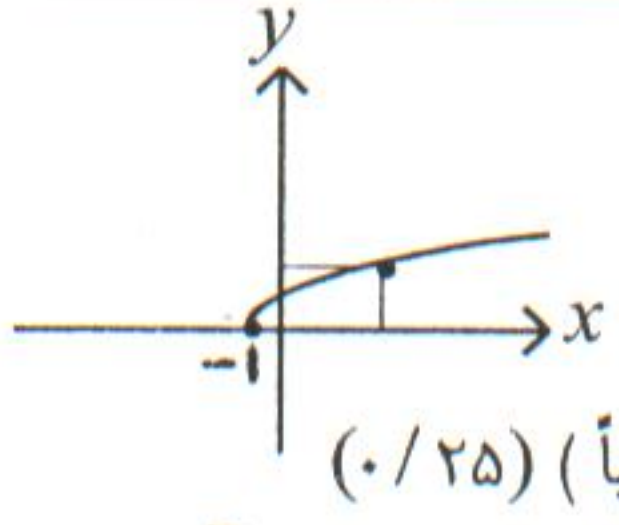
سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان		رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰/۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۱۰/۱۹		
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در دی ماه سال ۱۳۸۱		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی		
ردیف	سؤالات			نمره
۱	اولاً: نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ را به کمک نقطه یابی رسم کنید. ثانیاً: به کمک انتقال نمودار تابع $y = \sqrt{x+1}$ را رسم کنید و دامنه و برد آن را بنویسید.			۱
۲	توابع f و g با ضابطه های $f(x) = \sqrt{x-3}$, $g(x) = \frac{x+1}{x-1}$ مفروضند. اولاً: دامنه توابع f و g و $g \circ f$ را تعیین کنید. ثانیاً: ضابطه $g \circ f$ را بنویسید.			۱
۳	اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - 5x + 1 = 0$ باشند مقدار عددی $\alpha^3 \beta + \alpha \beta^3$ را حساب کنید.			۱
۴	ثابت کنید تابع $f(x) = (1-2x)^3$ یک به یک است. سپس ضابطه تابع معکوس را بنویسید.			۱/۲۵
۵	ثابت کنید برای هر دو عدد حقیقی a و b نامساوی روبرو برقرار است: $ a-b \leq a + b $			۰/۷۵
۶	با توجه به نمودار تابع f به سوالهای زیر پاسخ دهید.  (الف) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ (ب) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ (ج) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ (د) $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)$			۱
۷	حدود زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt{2}}{x}$ ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x - 5} - x)$			۱/۷۵
۸	معادلات خطوط مجانب قائم و افقی تابع $y = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x+3}$ را بدست آورید.			۰/۷۵
۹	مقادیر a, b را چنان بیابید که تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} [x] + a & x < 0 \\ 1 + b & x = 0 \\ \frac{\sin x}{\sqrt{1 - \cos x}} & x > 0 \end{cases}$ در نقطه $x_0 = 0$ پیوسته باشد. ([] جزء صحیح است)			۱/۵
ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم				

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۱۰/۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۱۰/۱۹		
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در دی ماه سال ۱۳۸۱	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی		

ردیف	سؤالات	نمره
۱۰	اولاً: مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $y = \sqrt[5]{x^3 + 2x}$ ب) $y = (3x - 4)(2 - 5x)^4$ ج) $y = 2\sin^3 x + \cos^4 x$ د) $y = \arccos(x^2 - x)$ ثانیاً: اگر $f(x) = x^2 - 5x$ ، مشتق تابع $y = f(\cos x)$ را حساب کنید. (y'_x)	۲/۲۵
۱۱	از نقطه $A(1, 2)$ دو مماس بر منحنی تابع $y = -x^2 + 1$ رسم می کنیم. معادله خطوط مماس را بنویسید.	۱/۷۵
۱۲	آهنگ آنی تغییر مساحت دایره ای که قطر آن ۴۰ است را بیابید.	۰/۷۵
۱۳	مشتق پذیری تابع f با ضابطه $f(x) = x^2 - 3x $ را در $x_0 = 3$ بررسی کنید.	۱/۲۵
۱۴	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = x^3 - 3x^2 + 2$ را رسم کنید. سپس مختصات نقطه عطف آن را بنویسید.	۱/۲۵
۱۵	برد تابع $y = 5\arctan(2x + 1)$ را تعیین کنید.	۰/۵
۱۶	نقاط بحرانی و ماکزیمم و می نیمم نسبی و مطلق را در شکل زیر در نقاط مشخص شده تعیین کنید.	۱
۱۷	با توجه به نمودار تابع f انتگرال معین $\int_{-3}^4 f(x) dx$ را محاسبه نمایید.	۱/۲۵
۲۰	جمع نمرات « موفق باشید »	



راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۱۰/۱۹
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در دی ماه سال ۱۳۸۱	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح
۱	$\begin{array}{c ccc} x & 0 & 1 & 4 & 9 \\ \hline y & 0 & 1 & 2 & 3 \end{array}$ (۰/۲۵)  (شکل اولاً) (۰/۲۵)  (شکل ثانیاً) (۰/۲۵) $D = [-1, +\infty)$ (۰/۲۵) $R = [0, +\infty)$
۲	$D_f : x - 3 \geq 0 \rightarrow D_f = [3, +\infty)$ (۰/۲۵) $D_g : x - 1 \neq 0 \rightarrow D_g = R - \{1\}$ $D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$ (۰/۲۵) $= \{x \in [3, +\infty) \mid \sqrt{x-3} \in D_g\} = [3, +\infty) - \{4\}$ (۰/۲۵) $gof(x) = \frac{\sqrt{x-3} + 1}{\sqrt{x-3} - 1}$ (۰/۲۵)
۳	$\alpha + \beta = 5$ (۰/۲۵), $\alpha\beta = 1$ (۰/۲۵) $\rightarrow \alpha\beta(\alpha^2 + \beta^2) = \alpha\beta((\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta)$ (۰/۲۵) $= 1(5^2 - 2) = 23$ (۰/۲۵)
۴	$y = (1 - 2x_1)^2$ $y = (1 - 2x_2)^2$ } $\Rightarrow (1 - 2x_1)^2 = (1 - 2x_2)^2 \rightarrow 1 - 2x_1 = 1 - 2x_2 \rightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow$ (۰/۲۵) f یک به یک است. معکوس پذیر است (۰/۲۵) $y = (1 - 2x)^2 \rightarrow \sqrt{y} = 1 - 2x$ (۰/۲۵) $\rightarrow x = \frac{1 - \sqrt{y}}{2} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1 - \sqrt{x}}{2}$ (۰/۲۵)
۵	$a - b = a + (-b) \leq a + -b = a + b \Rightarrow a - b \leq a + b$ (۰/۲۵) اصل نامساوی مثلث $a + b \leq a + b$ (۰/۲۵)
۶	الف) ۱ (۰/۲۵) ب) ۱ (۰/۲۵) ج) ۱ (۰/۲۵) د) ۲ (۰/۲۵)

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۱۰/۱۹
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در دی ماه سال ۱۳۸۱	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی

راهنمای تصحیح

ردیف

$$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x+2-4}{x^2-4} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{4} \quad (۰/۵)$$

$$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+2}-\sqrt{2})(\sqrt{x+2}+\sqrt{2})}{x(\sqrt{x+2}+\sqrt{2})} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(\sqrt{x+2}+\sqrt{2})} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4} \quad (۰/۵)$$

$$\text{ج) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2+3x-5}-x)(\sqrt{x^2+3x-5}+x)}{(\sqrt{x^2+3x-5}+x)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+3x-5-x^2}{\sqrt{x^2(1+\frac{3}{x}-\frac{5}{x^2})}+x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{2x} = \frac{3}{2} \quad (۰/۷۵)$$

$$x \rightarrow +\infty$$

۷

$$y = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x+3} \quad D = (0, +\infty) \quad (۰/۲۵)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty \Rightarrow \text{قائم} \quad x=0 \quad (۰/۲۵) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \Rightarrow \text{افقی} \quad y=0 \quad (۰/۲۵)$$

۸

$$f(0) = 1+b \quad \text{پیوستگی} \quad (۰/۲۵) \quad f(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \quad \text{شرط}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -1+a \quad (۰/۲۵)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \sqrt{2} \quad (۰/۲۵)$$

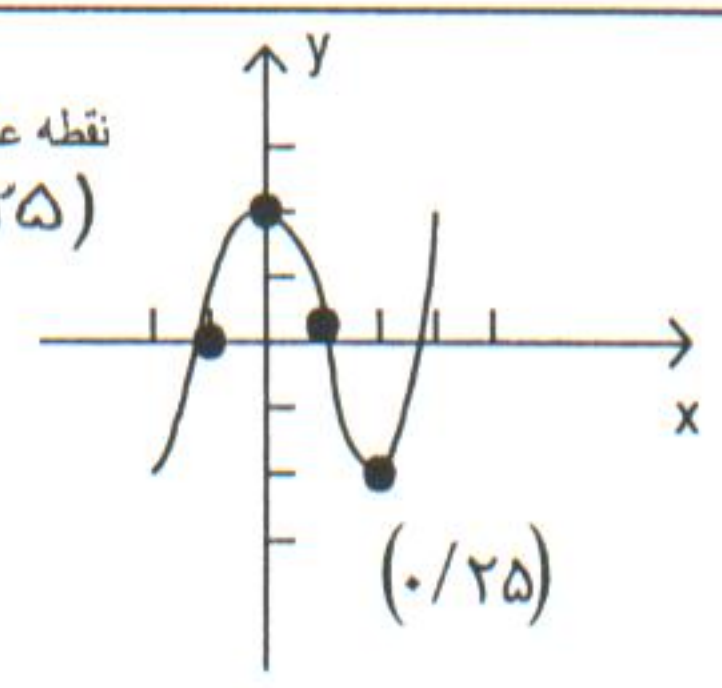
$$1+b = -1+a = \sqrt{2} \rightarrow a = 1+\sqrt{2}, b = \sqrt{2}-1 \quad (۰/۲۵) \quad (۰/۲۵) \quad (۰/۲۵)$$

۹

ادامه در صفحه ی سوم

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۱۰/۱۹
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در دی ماه سال ۱۳۸۱	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح
------	---------------

۱۰	اولاً: الف) $y' = \frac{3x^2 + 2}{5\sqrt[5]{(x^3 + 2x)^4}} \quad (۰/۲۵)$ ب) $y' = 3(2 - 5x)^4 + 4(2 - 5x)^3(-5)(3x - 4) \quad (۰/۵)$ ج) $y' = 6\sin^2 x \cos x - 4\sin 4x \quad (۰/۲۵)$ د) $y' = \frac{-(2x-1)}{\sqrt{1-(x^2-x)^2}} \quad (۰/۵)$ ثانیاً: $\left. \begin{array}{l} y' = (-\sin x) f'(x) \quad (۰/۲۵) \\ f'(x) = 2x - 5 \quad (۰/۲۵) \end{array} \right\} \rightarrow y' = -\sin x (2\cos x - 5) \quad (۰/۲۵)$
۱۱	$\left\{ \begin{array}{l} B(\alpha, -\alpha^2 + 1) \quad m = -2\alpha \\ (۰/۲۵) \quad B \text{ مماس در} \end{array} \right. \Rightarrow y - (-\alpha^2 + 1) = -2\alpha(x - \alpha) \quad (۰/۲۵)$ $\left\{ \begin{array}{l} y' = -2x \\ (۰/۲۵) \end{array} \right. \Rightarrow 2 + \alpha^2 - 1 = -2\alpha + 2\alpha^2 \rightarrow \alpha = 1 \pm \sqrt{2} \rightarrow m_{\text{مماس}} = -2(1 \pm \sqrt{2}) \quad (۰/۵)$ نوشتن معادله خطوط مماس (۰/۵)
۱۲	$S = \pi R^2 \quad (۰/۲۵) \quad 40 \div 2 = 20 \quad S' = 2\pi(20) = 40\pi \quad (۰/۲۵) \quad S' = 2\pi R \quad (۰/۲۵)$
۱۳	$f'(3) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{ x^2 - 3x }{x - 3} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{(x)(x-3)}{x-3} = 3 \quad (۰/۲۵) \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-(x)(x-3)}{x-3} = -3 \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ $f'_+(3) = 3 \neq f'_-(3) = -3 \rightarrow$ مشتق پذیر نیست (۰/۲۵)
۱۴	$y' = 3x^2 - 6x \quad y' = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = 2 \quad (۰/۲۵)$ $y' = 6x - 6 \quad 6x - 6 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow A \quad (۰/۲۵)$ $\begin{array}{c ccccccc} x & -\infty & 1-\sqrt{3} & 0 & 1 & 2 & 1+\sqrt{3} & +\infty \\ \hline y' & & + & 0 & - & 0 & + & \\ \hline y & -\infty \nearrow & \nearrow & 2 \searrow & \searrow & -2 \nearrow & \nearrow & +\infty \end{array}$ جدول (۰/۲۵) 

ادامه در صفحه ی چهارم

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۱۰/۱۹
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در دی ماه سال ۱۳۸۱	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی

راهنمای تصحیح

ردیف	راهنامه تصحیح
۱۵	میدانیم برد تابع $y = \text{Arc tan } x$ عبارتست از $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ (۰/۲۵) پس برد تابع $y = \text{Arc tan}(2x+1)$ نیز همینطور است و از آنجا برد تابع $y = 5 \text{Arc tan}(2x+1)$ عبارتست از $\left(-\frac{5\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right)$ (۰/۲۵)
۱۶	نسبی Max: C, D } مطلق Max: D } (۰/۲۵) نسبی Min: B, F } مطلق Min: F } بحرانی A, B, C, D, E, F (۰/۵)
۱۷	$\int_{-3}^4 f(x)dx = \int_{-3}^{-2} f(x)dx + \int_{-2}^1 f(x)dx + \int_1^4 f(x)dx = -1 \times 2 - \frac{3 \times 1}{2} + \left(\frac{1 \times 1}{2} + 1 \times 2\right) = -1$ (۰/۲۵) (۰/۷۵)
	با عرض سلام و خسته نباشید ، لطفاً برای روشهای حل درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمائید . با تشکر