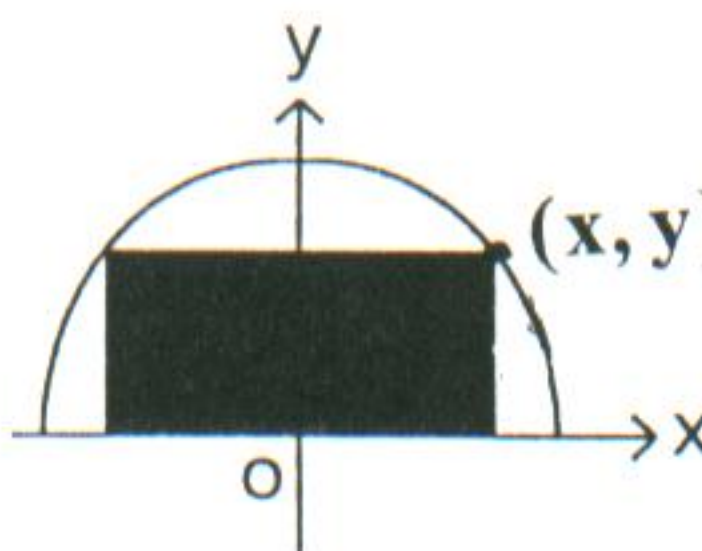


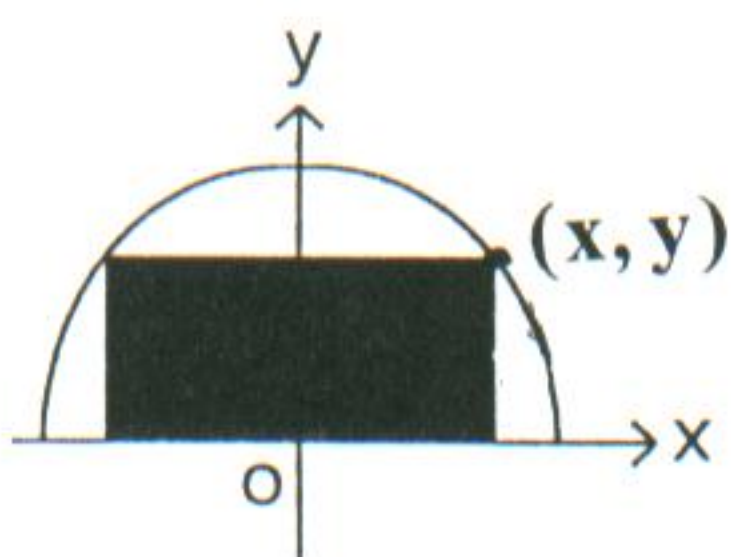
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۶/۰۲		
ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت شهریورماه سال ۱۳۸۲	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه		

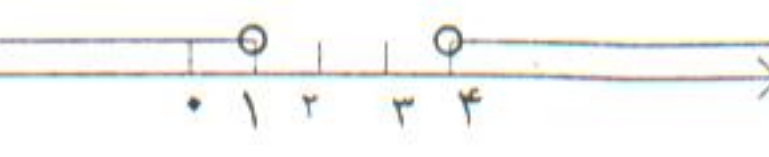
ردیف	سؤالات	نمره
۱	در هر نامساوی مجموعه جواب x را روی محور مشخص کنید. $3 < 2x - 5 $ (ب) $3 < 3x - 1 $ (الف)	۱
۲	آیا توابع روبرو با هم مساویند؟ چرا؟ $f(x) = \sqrt{x} \times \sqrt{x-2}$ $g(x) = \sqrt{x(x-2)}$	۱
۳	توابع f و g با ضابطه های $f(x) = \sin x$ و $g(x) = x^3 + x$ مفروضند. اولا: دامنه و ضابطه تابع $f \circ g$ را تعیین کنید. ثانیا: زوج یا فرد بودن تابع $f \circ g$ را بررسی کنید.	۱
۴	باقیمانده تقسیم چند جمله ای $f(x)$ بر $x+1$ و $x-1$ به ترتیب ۱ و ۳ می باشد باقیمانده تقسیم $f(x)$ را بر x^2-1 بدست آورید.	۱
۵	درستی تساوی روبرو را ثابت کنید. $\frac{\cos 2x - \cos 4x}{\cos 2x + \cos 4x} = \tan x \tan 3x$	۱
۶	مقدار a را چنان بیابید که تابع f با ضابطه $f(x) = a[x] + [x+1]$ در نقطه $x_0 = -1$ حد داشته باشد.	۱
۷	حدود زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^5 - 3x - 8}{x^6 - 9x + 2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\sqrt{x^2 + 9} + \frac{x^2 + x}{x} \right)$ د) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{4}{x^2-4} \right)$ ه) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos x}{1 - \sin x}$	۲/۲۵
۸	معادلات خطوط مجانب قائم و افقی تابع $y = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} + x$ در صورت وجود بنویسید.	۰/۷۵
۹	مقادیر a, b را چنان بیابید که تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} [3x] + b & x < 1 \\ 2ax + 1 & x = 1 \\ \frac{x^2 - 1}{1 - x} & x > 1 \end{cases}$ در $x = 1$ پیوسته باشد. (نماد جزء صحیح است)	۱

ادامه سؤالات در صفحه دوم

سوالات امتحان نهایی درس: حسابان		رشته: ریاضی و فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)				تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۶/۰۲			
ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت شهریورماه سال ۱۳۸۲				سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه			
۱۰	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)						۱/۷۵
الف) $y = \sqrt[5]{x^3} + 2x$ ب) $y = (3x - 4)(2 - 5x)^4$ ج) $y = 2\sin^3 x + \cos 4x$							
۱۱	از نقطه $O(0,0)$ دو مماس بر منحنی $y = x^2 + 2$ رسم شده است. معادله خطوط مماس را بنویسید.						۱/۵
۱۲	اگر منحنی تابع به معادله $y = ax + b + \frac{2x^2}{x-4}$ تبدیل به تابع هموگرافیک شود و مرکز تقارن منحنی روی خط به معادله $y = 2x$ باشد مقادیر a و b را بیابید.						۱
۱۳	تابع درجه سوم $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ مفروض است. ضرایب a و b و c و d را طوری بیابید که نقطه $M(0,2)$ اکسترمم منحنی تابع و $F(1,0)$ مرکز تقارن آن باشد.						۱/۲۵
۱۴	معادله مثلثاتی روبرو را حل کنید و جوابهای کلی آن را بنویسید.						۱
$\cos 2x - \cos x + 1 = 0$							
۱۵	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \text{Arc sin } \sqrt{x-1}$ را رسم کنید.						۱/۲۵
۱۶	نیمدایره ای به شعاع $\sqrt{5}$ مفروض است. مطابق شکل زیر مستطیلی در آن محاط می کنیم ابعاد مستطیل را چنان بیابید که محیط مستطیل ماکزیمم باشد.						۱
							
۱۷	ابتدا نمودار تابع $f(x) = [x] + [-x]$ را رسم کنید سپس $\int_{-1}^2 f(x) dx$ را محاسبه کنید.						۱/۲۵
۲۰	جمع نمرات « موفق باشید »						



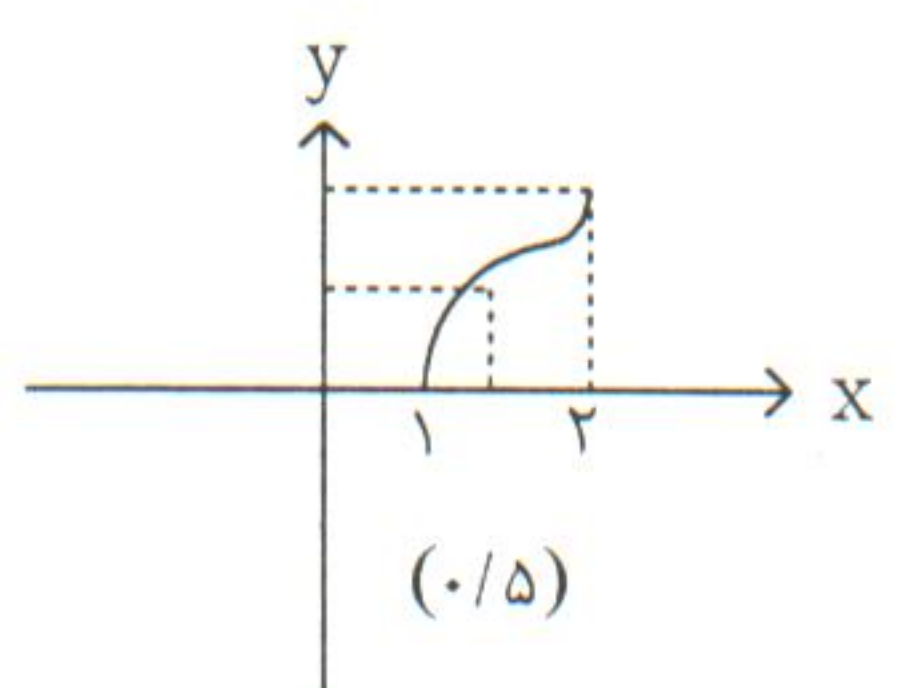
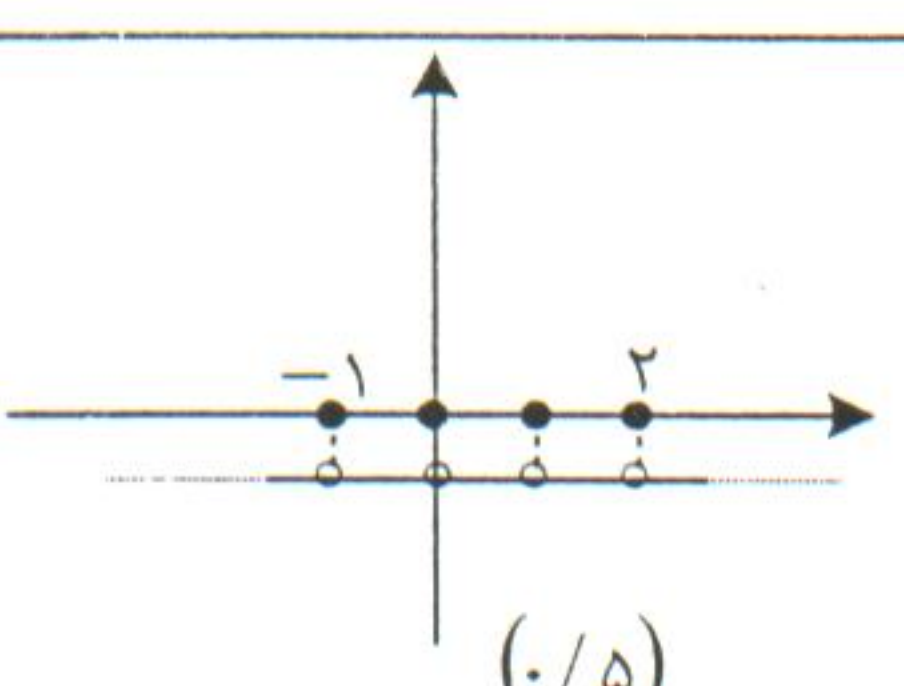
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ/امتحان: ۱۳۸۲/۰۶/۰۲
ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت شهریورماه سال ۱۳۸۲	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه

ردیف	راهنمای تصحیح
۱	$ 3x-1 < 3 \rightarrow -3 < 3x-1 < 3 \rightarrow -2 < 3x < 4 \rightarrow -\frac{2}{3} < x < \frac{4}{3} \quad (0/25)$  $ 2x-5 < 3 \rightarrow \begin{cases} 2x-5 < 3 \rightarrow x < 4 \\ 2x-5 > -3 \rightarrow x < 1 \end{cases} \quad (0/25)$ 
۲	$D_f: x \geq 0, x-2 \geq 0 \rightarrow D_f = [2, +\infty) \quad (0/25)$ $\Rightarrow D_f \neq D_g \quad (0/25) \Rightarrow f \neq g \quad (0/25)$ مساوی نیستند $D_g: x(x-2) \geq 0 \rightarrow D_g = (-\infty, 0] \cup [2, +\infty) \quad (0/25)$
۳	$(f \circ g)(x) = \sin(x^2 + x) \quad (0/25) \quad D_{f \circ g} = \mathbb{R} \quad (0/25)$ $(f \circ g)(-x) = \sin((-x)^2 + (-x)) = -\sin(x^2 + x) = -f \circ g(x)$ فرد است $f \circ g \quad (0/25)$
۴	$f(x) = (x^2 - 1)Q(x) + ax + b \quad f(-1) = 1, f(1) = 3 \rightarrow \begin{cases} -a + b = 1 \\ a + b = 3 \end{cases} \quad (0/5) \rightarrow a = 1, b = 2 \quad (0/25) \quad R(x) = x + 2 \quad (0/25)$
۵	$\frac{\cos 2x - \cos 4x}{\cos 2x + \cos 4x} = \frac{-2\sin\left(\frac{2x+4x}{2}\right)\sin\left(\frac{2x-4x}{2}\right)}{2\cos\frac{2x+4x}{2}\cos\frac{2x-4x}{2}} \quad (0/25)$ $= \frac{\sin 3x \sin x}{\cos 3x \cos x} = \tan 3x \times \tan x \quad (0/25)$
۶	$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow (-1)^-} (a[x] + [x+1]) = -2a - 1 \quad (0/25) \\ \lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow (-1)^+} (a[x] + [x+1]) = -a \quad (0/25) \end{aligned} \right\} \xrightarrow{(0/25)} -2a - 1 = -a \rightarrow a = -1 \quad (0/25)$
۷	الف) $\circ \quad (0/25)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{(x-4)(\sqrt{x}+2)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\cancel{x-4}}{\cancel{(x-4)}(\sqrt{x}+2)} = \frac{1}{4} \quad (0/5)$ ج) $3 + \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x+1)}{x} = 3 + 1 = 4 \quad (0/5)$ د) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x+2-4}{x^2-4} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cancel{x-2}}{(x-2)(x+2)} = \frac{1}{4} \quad (0/5)$ ه) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos x}{1 - \sin x} = \frac{1}{0^+} = +\infty \quad (0/5)$
ادامه در صفحه دوم	

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۶/۰۲
ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت شهریورماه سال ۱۳۸۲	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه

۸	$1 - x^2 > 0 \rightarrow -1 < x < 1 \rightarrow D = (-1, 1) \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = +\infty \Rightarrow$ قائم $x = -1 \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty \Rightarrow$ قائم $x = 1 \quad (0/25)$
۹	$f(1) = 2a + 1$ پیوستگی $f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2 + b \quad (0/25)$ $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -2 \quad (0/25)$ $2a + 1 = 2 + b = -2 \Rightarrow a = -\frac{3}{2} \quad (0/25)$ و $b = -4 \quad (0/25)$
۱۰	الف) $y' = \frac{3x^2 + 2}{5\sqrt{(x^2 + 2x)^5}} \quad (0/5)$ ب) $y' = 3(2 - 5x)^2 + 4(2 - 5x)^2(-5)(3x - 4) \quad (0/75)$ ج) $y' = 6\sin^2 x \cos x - 4\sin 4x \quad (0/5)$
۱۱	$B \Big _{\alpha^2 + 2}^{\alpha} \quad (0/25) y' = 2x \rightarrow m = 2\alpha \quad (0/25)$ مماس در B $y - (\alpha^2 + 2) = 2\alpha(x - \alpha) \rightarrow -\alpha^2 - 2 = -2\alpha^2 \rightarrow \alpha^2 = 2 \quad (0/25)$ $\alpha = \sqrt{2}, -\sqrt{2}$ و $y = mx \rightarrow y = -\sqrt{2}x, y = \sqrt{2}x \quad (0/25)$
۱۲	$y = \frac{(a+2)x^2 + x(-4a+b) - 4b}{x-4} \rightarrow a+2=0 \rightarrow a=-2 \quad (0/25)$ $x \rightarrow \pm\infty \Rightarrow y = \frac{-4a+b}{1} = \lambda + b \rightarrow \omega \Big _{\lambda+b}^4$ $y \rightarrow \pm\infty \Rightarrow x-4=0 \rightarrow x=4 \quad (0/5)$ $\lambda + b = 2 \times 4 \rightarrow b=0 \quad (0/25)$
۱۳	$(0/25) \begin{cases} y' = 3ax^2 + 2bx + c \rightarrow 0 = 0 + 0 + c \rightarrow c = 0 \quad (0/25) \\ y'' = 6ax + 2b \rightarrow 0 = 6a + 2b \rightarrow 3a + b = 0 \quad (0/25) \end{cases}$ $2 = 0 + 0 + 0 + d \rightarrow d = 2 \quad (0/25)$ $0 = a + b + 2 \rightarrow a + b = -2$ $a = 1$ و $b = -3 \quad (0/25)$
۱۴	$2\cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \quad (0/25)$ $\cos x(2\cos x - 1) = 0 \quad (0/25)$ $\cos x = 0 \rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (0/25)$ $\cos x = \frac{1}{2} \rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (0/25)$
ادامه در صفحه سوم	

رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۶/۰۲	سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی متوسطه	ویژه دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت شهریورماه سال ۱۳۸۲

۱۵ $0 \leq \sqrt{x-1} \leq 1 \rightarrow 0 \leq x-1 \leq 1 \rightarrow 1 \leq x \leq 2 \quad (0/25)$ $x=1 \rightarrow y=0$ $x=2 \rightarrow y=\frac{\pi}{2}$ $y' = \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$ $x=1 \rightarrow y' = \infty$ $x=2 \rightarrow y' = \infty$ (0/25) <table> <tr> <td>x</td> <td>1</td> <td>$\frac{3}{2}$</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>∞</td> <td>— —</td> <td>∞</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>0</td> <td>$\frac{\pi}{4}$</td> <td>$\frac{\pi}{2}$</td> </tr> </table> (0/25)  (0/5)	x	1	$\frac{3}{2}$	2	y'	∞	— —	∞	y	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	
x	1	$\frac{3}{2}$	2										
y'	∞	— —	∞										
y	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$										
۱۶ $x^2 + y^2 = 5$ $y = \sqrt{5 - x^2}$ $f(x) = \text{محیط} = 2(2x + y) = 2(2x + \sqrt{5 - x^2}) \quad (0/25)$ $f'(x) = 2(2 - \frac{2x}{\sqrt{5 - x^2}}) = 0 \quad (0/25)$ $x=2, y=1 \quad (0/25)$ ابعاد مستطیل ۱ و ۲ است. (0/25)													
۱۷  (0/5) $f(x) = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$ $\int_{-1}^2 f(x) dx = \int_{-1}^0 f(x) dx + \int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = -1 - 1 - 1 = -3 \quad (0/75)$													