

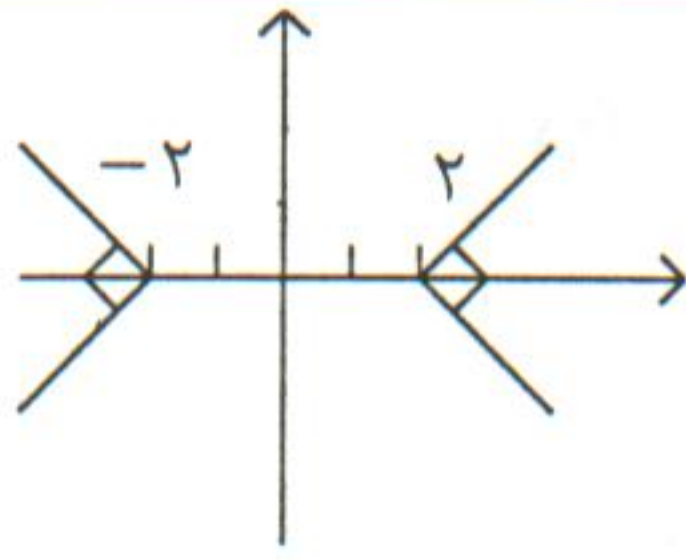
سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
«تغییر رشته»		تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۵/۲۰	
متقاضیان ورود به دوره‌ی پیش دانشگاهی در رشته‌های غیر متناظر در مرداد ماه ۱۳۸۲		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	دامنه تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{[x-1]}$ را بدست آورید. ([] ، نماد جزء صحیح است.)	۱
۲	اولاً نمودار رابطه $ x - y = 2$ را رسم کنید. ثانیاً تحقیق کنید که آیا رابطه فوق یک تابع است؟ چرا؟	۱/۲۵
۳	تابع f با ضابطه $f(x) = (a+b)x + b + 1$ مفروض است ضرایب a و b را چنان بیابید که f هم زوج و هم فرد باشد.	۱
۴	مقدار ماکزیمم یا می نیمم تابع $f = \{(x,y) 3x^2 - 12x + 2y = -20\}$ را بدست آورید.	۰/۷۵
۵	f تابعی یک به یک است و f^{-1} معکوس f است. معکوس تابع $m(x) = \frac{f(x)-5}{3}$ را بدست آورید.	۱
۶	تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} [x]-1 & x < -1 \\ \frac{x^2-1}{x+1} & x > -1 \end{cases}$ مفروض است. حد تابع را در شرایط زیر محاسبه کنید. ([] ، نماد جزء صحیح است.) الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$ ج) $\lim_{x \rightarrow (-1)} f(x)$	۰/۷۵
۷	اولاً: حدود زیر را محاسبه کنید. (در صورت وجود) الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{4-x^2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos x}$ ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-5}{\sqrt{x}+3x}$ ثانیاً: اگر به ازای هر x در بازه‌ی باز $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ ، $3 - \cos^2 x \leq f(x) \leq 2 + x^2$ مطلوبست محاسبه $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{f(x)}$	۱
۸	معادلات خطوط مجانب قائم و افقی تابع $y = \frac{1}{x} + \frac{1}{\sqrt{x+2}}$ را در صورت وجود بنویسید.	۱
۹	مقادیر a و b را چنان بیابید که تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} x-1 + b & x < 1 \\ 2 & x = 1 \\ 2[x] + a & x > 1 \end{cases}$ در $x_0 = 1$ پیوسته باشد. ([] ، نماد جزء صحیح است.)	۱/۲۵

ادامه سؤالات در صفحه دوم

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان		رشته: ریاضی و فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	
«تغییر رشته»				تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۵/۲۰			
متقاضیان ورود به دوره‌ی پیش دانشگاهی در رشته‌های غیر متناظر در مرداد ماه ۱۳۸۲				سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی			
۱۰	اولا: مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) $y = 5 \sin^3(2x-1) + \cot \sqrt{x} \quad \text{ج)}$ $y = (4x-1)(x^2-1)^3 \quad \text{ب)}$ $y = \sqrt[5]{(x^3-7x)^2} \quad \text{الف)}$						
۰/۵	ثانیا: در صورتیکه $g(x) = f(x^3 + x - 1)$ و $f'(-1) = 12$ باشد، $g'(0)$ را محاسبه کنید.						
۱۱	در تابع $y = x^2 + ax + b$ ، مقادیر a و b را چنان بیابید که $A(2, -1)$ ، نقطه می نیمم تابع باشد.						
۱۲	شعاع کره‌ای با سرعت 0.2 سانتیمتر بر ثانیه در حال افزایش است. هنگامیکه مساحت کره 16π می باشد حجم کره با چه سرعتی افزایش می یابد؟						
۱۳	معادله خط قائم بر منحنی $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 1$ را در نقطه $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$ بنویسید.						
۱۴	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = x^3 + 3x^2 - 4$ را رسم کنید. (حل معادله $y = 0$ الزامی نیست)						
۱۵	ابتدا نمودار تابع $y = \sin x $ را در بازه $[0, \frac{3\pi}{4}]$ رسم کنید سپس نقاط بحرانی و اکسترمم نسبی و مطلق تابع را تعیین کنید.						
۱۶	نمودار تابع $y = \sin(\arcsin x)$ را با استفاده از ترکیب f, f^{-1} رسم کنید. سپس دامنه و برد آن را تعیین کنید.						
۱۷	مقدار دقیق کمیت زیر را معین کنید. $\sin\left(5\arcsin\left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right) + \arcsin\left(-\frac{1}{5}\right) + \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{5}\right) + \arccos(0)\right)$						
۱۸	ابتدا نمودار تابع $F(x) = \frac{ x +2}{3}$ را رسم کنید. سپس $\int_{-1}^1 F(x)dx$ را محاسبه کنید.						
«موفق باشید»							
۲۰	جمع نمرات						

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک
«تغییر رشته»	تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۵/۲۰
متقاضیان ورود به دوره‌ی پیش دانشگاهی در رشته‌های غیر متناظر در مرداد ماه ۱۳۸۲	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی

ردیف	راهنمای تصحیح
۱	$\left. \begin{aligned} x-1 \geq 0 &\rightarrow x \geq 1 \quad (0/25) \\ [x-1] \neq 0 &\rightarrow [x] \neq 1 \quad (0/25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow D_f = [2, +\infty) \quad (0/25)$
۲	(الف) $\left. \begin{aligned} x \geq 0, y \geq 0 &\rightarrow x-y=2 \\ x \geq 0, y \leq 0 &\rightarrow x+y=2 \\ x \leq 0, y \geq 0 &\rightarrow -x-y=2 \\ x \leq 0, y \leq 0 &\rightarrow -x+y=2 \end{aligned} \right\} \quad (0/5)$  شکل (۰/۵) (ب) خیر تابع نیست زیرا دارای نقاط متمایز هم طول است یا خط موازی با محور طولها نمودار را در دو نقطه قطع خواهد کرد. (۰/۲۵)
۳	$f \text{ زوج و } f \text{ فرد} \Rightarrow f(x) = 0 \rightarrow (a+b)x + b + 1 = 0 \rightarrow \begin{cases} a+b=0 \rightarrow a=-1 \quad (0/25) \\ b+1=0 \rightarrow b=-1 \quad (0/25) \end{cases}$
۴	$y = -\frac{3}{2}x^2 + 6x - 10 \quad (0/25) \quad \text{مقدار ماکزیمم} = \frac{4ac-b^2}{4a} = \frac{4\left(-\frac{3}{2}\right)(-10) - 6^2}{4\left(-\frac{3}{2}\right)} = \frac{60-36}{-6} = -4 \quad (0/5)$
۵	$m(x) = \frac{f(x)-5}{3} = y \Rightarrow \begin{cases} m(x) = y \rightarrow m^{-1} \circ m(x) = m^{-1}(y) \rightarrow x = m^{-1}(y) \quad (0/25) \\ \frac{f(x)-5}{3} = y \rightarrow f(x) = 3y+5 \rightarrow f^{-1} \circ f(x) = f^{-1}(3y+5) \Rightarrow x = f^{-1}(3y+5) \quad (0/5) \end{cases}$ $m^{-1}(y) = f^{-1}(3y+5) \rightarrow m^{-1}(x) = f^{-1}(3x+5) \quad (0/25)$
۶	(الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^-} ([x]-1) = -3 \quad (0/25)$ (ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x^2-1}{x+1} = -2 \quad (0/25)$ وجود ندارد $\lim_{x \rightarrow (-1)} f(x) \Rightarrow -3 \neq -2$ (ج) (۰/۲۵)
ادامه در صفحه دوم	

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک
«تغییر رشته»	تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۵/۲۰
متقاضیان ورود به دوره‌ی پیش دانشگاهی در رشته‌های غیر متناظر در مرداد ماه ۱۳۸۲	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی

۷	اولاً: الف) زیرا تابع برای $-2 \leq x \leq 2$ تعریف شده حد وجود ندارد. (۰/۲۵) ب) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{2 \sin^2 \frac{x}{2}} = 2$ (۰/۵) ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{3x} = \frac{2}{3}$ (۰/۲۵) ثانیاً: $\lim_{x \rightarrow 0} (2 - \cos^2 x) \leq \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow 0} (2 + x^2)$ $2 \leq \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \leq 2 \rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2 \rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)
۸	$x \neq 0$ $x + 2 > 0 \rightarrow x > -2 \rightarrow D = (-2, +\infty) - \{0\}$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow (-2)^+} y = +\infty \Rightarrow$ قائم $x = -2$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow 0} y = \pm\infty \Rightarrow$ قائم $x = 0$ (۰/۲۵) و $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0 \Rightarrow$ افقی $y = 0$ (۰/۲۵)
۹	$f(1) = 2$ $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = b$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2 + a$ (۰/۲۵) پیوستگی شرط $f(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ (۰/۲۵) $2 = b = 2 + a \rightarrow$ $b = 2$ (۰/۲۵) $a = 0$ (۰/۲۵)
۱۰	اولاً: الف) $y' = \frac{2(3x^2 - 7)}{5\sqrt{(x^2 - 7x)^3}}$ (۰/۲۵) ب) $y' = 2(x^2 - 1)^2 + 2(x^2 - 1)(2x)(2x - 1)$ (۰/۵) ج) $y' = 15 \sin^2(2x - 1) \times 2 \cos(2x - 1) - \frac{1}{2\sqrt{x}}(1 + \cot^2 \sqrt{x})$ (۰/۵) ثانیاً: $g'(x) = (3x^2 + 1)f'(x^2 + x - 1)$ (۰/۲۵) $g'(0) = (3(0)^2 + 1)f'(-1) = 1(12) = 12$ (۰/۲۵)
۱۱	$y = x^2 + ax + b$ $-1 = 4 + 2a + b$ (۰/۲۵) $y' = 2x + a$ (۰/۲۵) $-1 = 4 + a + b \rightarrow b = 3$ (۰/۲۵) $2x + a = 0 \rightarrow 4 + a = 0$ (۰/۲۵) $a = -4$

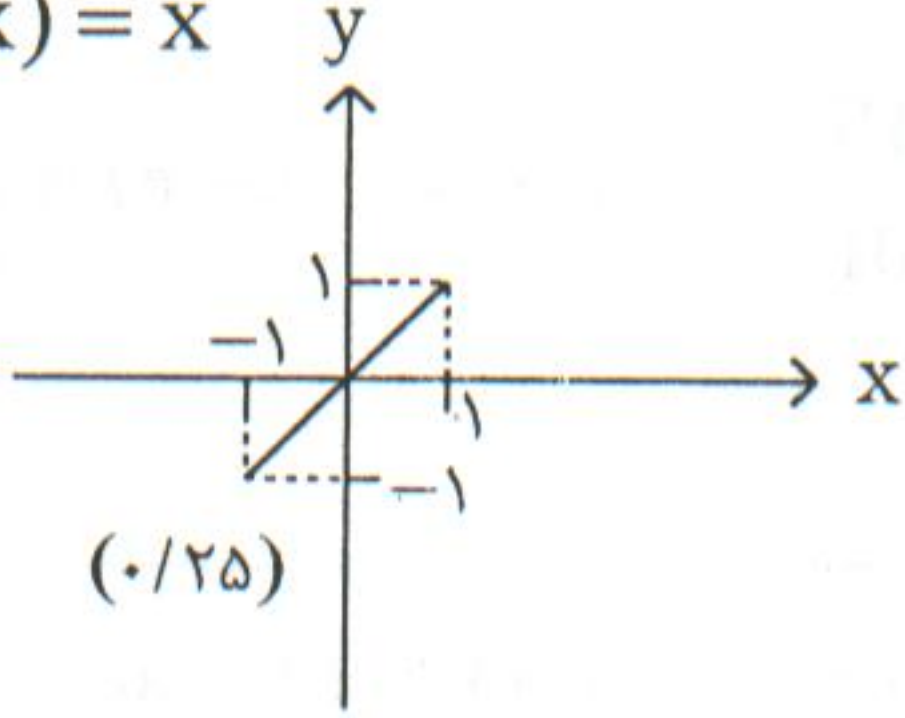
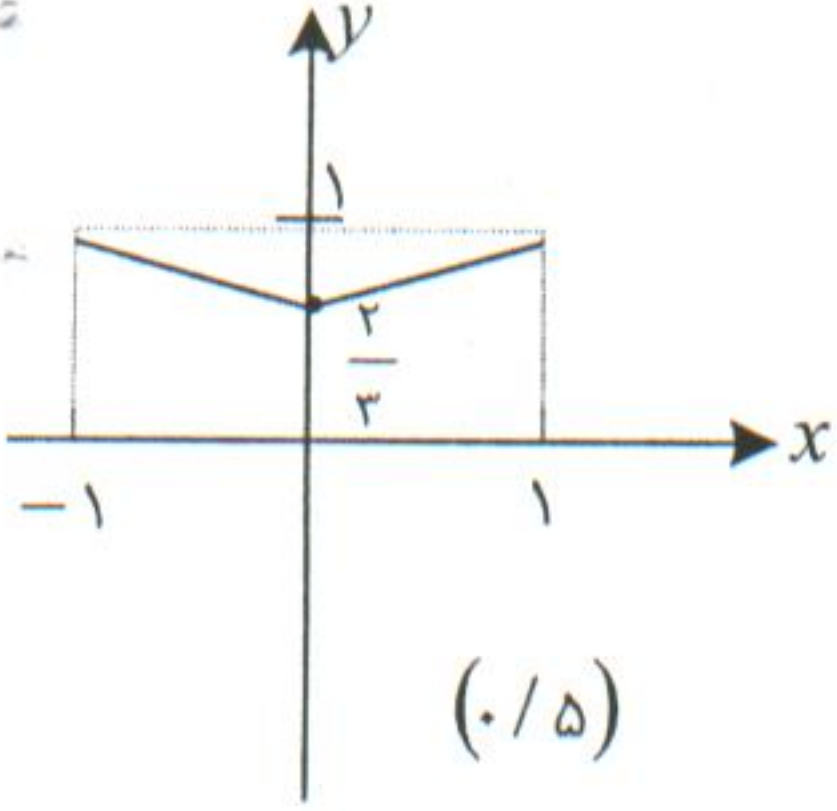
راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک
«تغییر رشته»	تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۵/۲۰
متقاضیان ورود به دوره‌ی پیش دانشگاهی در رشته‌های غیر متناظر در مرداد ماه ۱۳۸۲	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی

۱۲	$S = 4\pi R^2 = 16\pi \rightarrow R = 2 \quad (۰/۲۵)$ $V = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dR} \times \frac{dR}{dt} = 4\pi R^2 \times \frac{dR}{dt} = 4\pi (2)^2 \times ۰/۲ = ۳/۲\pi \quad (۰/۲۵)$															
۱۳	$\frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{y'}{2\sqrt{y}} = ۰ \quad (۰/۲۵) \rightarrow \frac{1}{2\sqrt{\frac{1}{4}}} + \frac{m}{2\sqrt{\frac{1}{4}}} = ۰ \rightarrow m = -۱ \quad (۰/۲۵) \quad m = ۱ \rightarrow y - \frac{1}{4} = ۱(x - \frac{1}{4}) \rightarrow y = x \quad (۰/۲۵)$															
۱۴	$y' = 3x^2 + 6x \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ y = -۴ \end{cases}, \begin{cases} x = -۲ \\ y = ۰ \end{cases} \quad (۰/۲۵)$ $y' = ۰$ $y'' = 6x + 6$ $\rightarrow x = -۱ \rightarrow y = -۲ \quad \text{نقطه عطف}$ $y'' = ۰$ $x = ۰ \Rightarrow y = -۴$ <table> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-۲</td> <td>۰</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td>۰</td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>$-\infty$</td> <td>Max</td> <td>Min</td> <td>$+\infty$</td> </tr> </table> (۰/۲۵)	x	$-\infty$	-۲	۰	$+\infty$	y'	+	۰	-	+	y	$-\infty$	Max	Min	$+\infty$
x	$-\infty$	-۲	۰	$+\infty$												
y'	+	۰	-	+												
y	$-\infty$	Max	Min	$+\infty$												
۱۵	$\left(\frac{\pi}{2}, 1\right), (\pi, ۰), \left(\frac{3\pi}{2}, 1\right) \quad \text{بحرانی} \quad (۰/۲۵) \quad \left(\frac{\pi}{2}, 1\right) \quad \text{نسبی و مطلق Max} \quad (۰/۲۵)$ $\left(\frac{3\pi}{2}, 1\right) \quad \text{مطلق Max} \quad (۰/۲۵)$ $(\pi, ۰) \quad \text{نسبی و مطلق Min} \quad (۰/۲۵)$ (۰/۲۵)															

ادامه در صفحه چهارم

ادامه در صفحه چهارم

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک
«تغییر رشته»	تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۵/۲۰
متقاضیان ورود به دوره‌ی پیش دانشگاهی در رشته‌های غیر متناظر در مرداد ماه ۱۳۸۲	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران کارشناسی سنجش و ارزشیابی تحصیلی

۱۶	$D = [-۱, ۱] \quad (۰/۲۵) \quad y = \sin(\arcsin x) = x$ $R = [-۱, ۱] \quad (۰/۲۵)$ 
۱۷	$\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4} \quad (۰/۲۵)$ $\arcsin \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\pi}{6} \quad (۰/۲۵)$ $\arcsin \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{\pi}{3} \quad (۰/۲۵)$ $\arccos(0) = \frac{\pi}{2} \quad (۰/۲۵)$ $\sin\left(5 \times \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \quad (۰/۲۵)$
۱۸	 $x = 0 \rightarrow y = \frac{2}{3}$ $x = 1 \rightarrow y = 1$ $x = -1 \rightarrow y = 1$ $\int_{-1}^1 F(x) dx = \frac{\left(\frac{2}{3} + 1\right) \times 1}{2} + \frac{\left(\frac{2}{3} + 1\right) \times 1}{2} = \frac{5}{3} \quad (۰/۷۵)$
	مصححین محترم با عرض سلام و خسته نباشید لطفاً برای روش‌های حل درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمائید. با تشکر