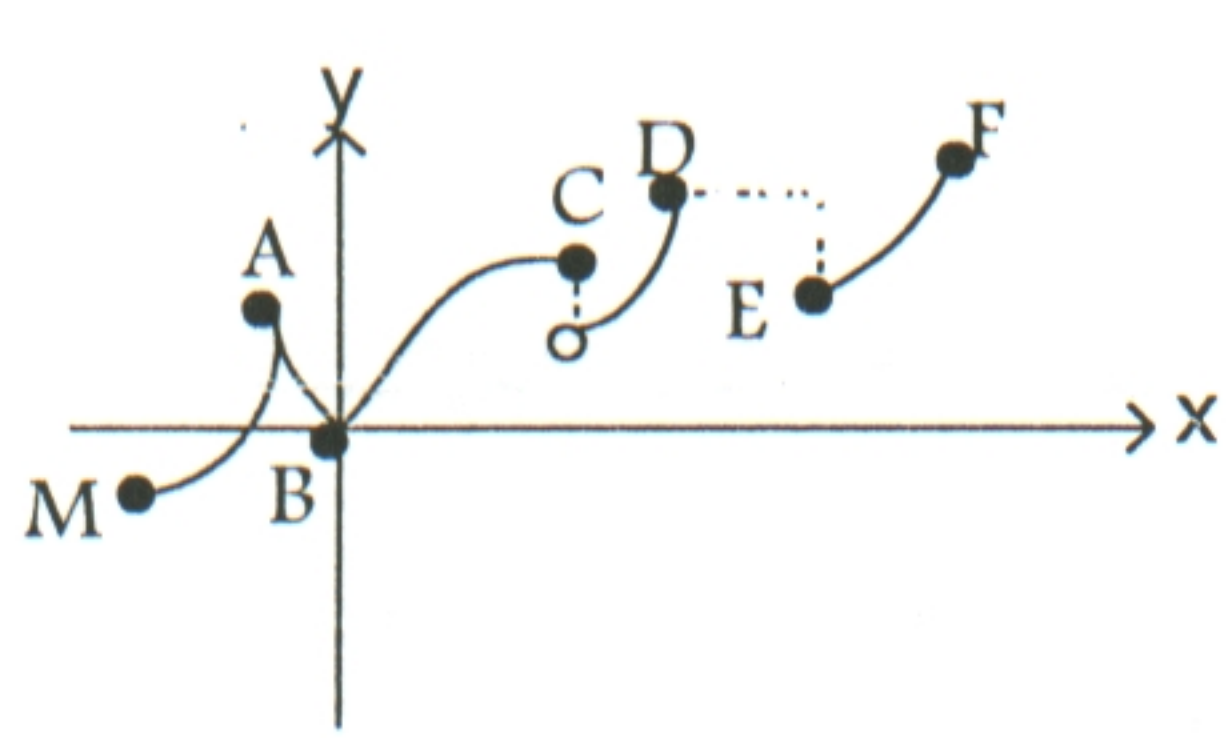


سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۳/۰۴		
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت خرداد ماه سال ۱۳۸۲	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی		

ردیف	سؤالات	نمره
۱	دامنه تابع روبرو را تعیین کنید. $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 1}$	۰/۷۵
۲	اولاً: نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ را به کمک نقطه یابی رسم کنید. ثانیاً: به کمک انتقال نمودار تابع $y = \sqrt{x+1}$ را رسم کنید و دامنه و برد آن را بنویسید.	۱
۳	توابع f و g با ضابطه های $f(x) = x + 1$ و $g(x) = x\sqrt{x}$ را در نظر بگیرید، اولاً دامنه تابع $g \circ f$ را محاسبه کنید. ثانیاً: در صورت وجود ضابطه $g \circ f$ را بنویسید.	۱
۴	اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - 5x + 1 = 0$ باشند مقدار عددی $\alpha^3\beta + \alpha\beta^3$ را حساب کنید.	۱
۵	ثابت کنید تابع $f(x) = (1-2x)^3$ یک به یک است. سپس ضابطه تابع معکوس را بنویسید.	۱/۲۵
۶	حدهای زیر را بدست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 4x + 3}{(x-1)^2}$ ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 2x} - x)$ د) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx}$ هـ) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 4) \cos \frac{1}{x-2}$	۳
۷	معادلات مجانبهای قائم و افقی $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 - 1}}$ را بدست آورید.	۱
۸	مقادیر a و b را چنان بیابید که تابع f با ضابطه $f(x) = \begin{cases} [x-1] + 2a & x < 3 \\ x + b - 1 & x = 3 \\ \sqrt{x^2 - 2x + 1} & x > 3 \end{cases}$ در $x_0 = 3$ پیوسته باشد. ([] نماد جزء صحیح است)	۱
۹	اولاً: مشتق بگیرید: (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) $y = \frac{x^2 - 1}{(3x + 5)^2}$ ب) $y = \sin^3 x \cdot \cot 2x$ ثانیاً: اگر $f(x) = x^2 - 5x$ ، مشتق تابع $y = f(\cos x)$ را حساب کنید. (y'_x) ادامه سؤالات در صفحه دوم	۱/۷۵

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۳/۰۴	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۸۲		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

۱۰	اگر معادله حرکت یک متحرک بصورت $S(t) = t^2 + 3t + 1$ باشد. الف: سرعت متوسط متحرک را در فاصله زمانی $t_1 = 2$ و $t_2 = 4$ محاسبه کنید. ب: سرعت لحظه ای متحرک را در لحظه $t_0 = 3$ پیدا کنید.	۱
۱۱	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{x+1}{2x-1}$ را رسم کنید.	۱/۵
۱۲	مشتق پذیری تابع f با ضابطه $f(x) = (x+1)[x]$ را در نقطه $x_0 = -1$ بررسی کنید. ([] نماد جزء صحیح است)	۰/۷۵
۱۳	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \sin 2x - 1$ را در فاصله $[0, \pi]$ رسم کنید.	۱/۵
۱۴	معادله خط مماس بر منحنی تابع $y = \arcsin \frac{x-1}{x+1}$ را در نقطه $(1, 0)$ بنویسید.	۰/۷۵
۱۵	کدامیک از نقاط مشخص شده زیر بحرانی واکسترمم مطلق است؟ 	۰/۷۵
۱۶	دو عدد حقیقی چنان بیابید که تفاضلشان ۱۰ بوده و حاصلضربشان مینیمم گردد.	۰/۷۵
۱۷	ابتدا نمودار تابع $y = x - 3$ را رسم کنید، سپس $\int_{-1}^3 (x - 3) dx$ را محاسبه کنید. « موفق باشید »	۱/۲۵
	جمع نمرات	۲۰

باسمه تعالی

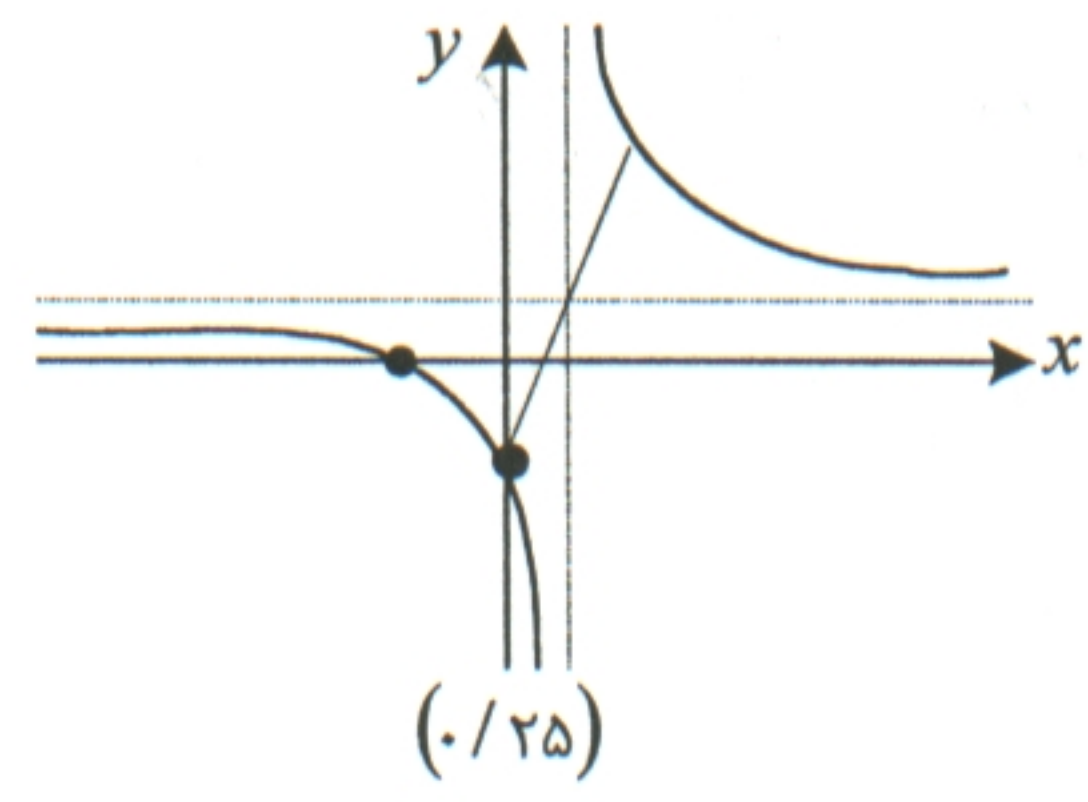
رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۳/۰۴	سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت خرداد ماه سال ۱۳۸۲

ردیف	راهنمای تصحیح										
۱	$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ x^2 - 1 \neq 0 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ x \neq 1, -1 \end{array} \right\} \rightarrow D_f = [0, +\infty) - \{1\} \quad (۰/۲۵)$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)										
۲	<table><tr><td>x</td><td>۰</td><td>۱</td><td>۴</td><td>۹</td></tr><tr><td>y</td><td>۰</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr></table> (۰/۲۵) (شکل اول) (۰/۲۵) (شکل ثانیاً) (۰/۲۵) $D = [-1, +\infty)$ $R = [0, +\infty)$ (۰/۲۵)	x	۰	۱	۴	۹	y	۰	۱	۲	۳
x	۰	۱	۴	۹							
y	۰	۱	۲	۳							
۳	$D_f = R \quad D_g = [0, +\infty) \quad (۰/۲۵)$ $D_{gof} = \left\{ x \in D_f \mid f(x) \in D_g \right\} = \left\{ x \in R \mid x + 1 \in [0, +\infty) \right\} = R \quad (۰/۲۵)$ $(gof)(x) = (x + 1)\sqrt{ x + 1} \quad (۰/۲۵)$										
۴	$\alpha + \beta = 5 \quad (۰/۲۵), \quad \alpha\beta = 1 \quad (۰/۲۵)$ $\rightarrow \alpha\beta(\alpha^r + \beta^r) = \alpha\beta((\alpha + \beta)^r - r\alpha\beta) \quad (۰/۲۵) = 1(5^r - 2) = 23 \quad (۰/۲۵)$										
۵	$\left. \begin{array}{l} y = (1 - 2x_1)^3 \\ y = (1 - 2x_2)^3 \end{array} \right\} \Rightarrow (1 - 2x_1)^3 \quad (۰/۲۵) = (1 - 2x_2)^3 \rightarrow 1 - 2x_1 = 1 - 2x_2 \rightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow (۰/۲۵)$ f (۰/۲۵) یک به یک است. معکوس پذیر است $y = (1 - 2x)^3 \rightarrow \sqrt[3]{y} = 1 - 2x \quad (۰/۲۵) \rightarrow x = \frac{1 - \sqrt[3]{y}}{2} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1 - \sqrt[3]{x}}{2} \quad (۰/۲۵)$ ادامه در صفحه ی دوم										

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۳/۰۴
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت خرداد ماه سال ۱۳۸۲	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی

الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x+4}-2)(\sqrt{x+4}+2)}{x(\sqrt{x+4}+2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x(\sqrt{x+4}+2)} = \frac{1}{4} \quad (۰/۲۵)$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1)(x^2+x-3)}{(x-1)^2} = \frac{-1}{0^+} = +\infty \quad (۰/۲۵)$ ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\sqrt{x^2-2x-x})(\sqrt{x^2-2x+x})}{\sqrt{x^2-2x+x}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x}{x(\sqrt{1-\frac{2}{x}+1})} = \frac{-2}{2} = -1 \quad (۰/۲۵)$ د) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin ax}{\sin bx} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin ax}{x}}{\frac{\sin bx}{x}} = \frac{a}{b} \quad (۰/۲۵)$ ه) $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2-4) \cos \frac{1}{x-2} = 0 \quad (۰/۲۵)$ دلیل (ه): زیرا $-1 \leq \cos \frac{1}{x-2} \leq 1$ و $0 \leq \lim_{x \rightarrow 2} (x^2-4) \cos \frac{1}{x-2} \leq 0$ $(۰/۲۵)$	۶
$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{ x } = \pm 1 \quad (۰/۲۵) \rightarrow y = \pm 1$ افقی مجانب $(۰/۲۵)$ $x^2-1=0 \Rightarrow x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1 \quad (۰/۵)$ مجانب قائم	۷
$f(3)=3+b-1=2+b$ و $\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)=1+2a \quad (۰/۲۵)$ و $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)=2 \quad (۰/۲۵)$ شرط پیوستگی $f(3)=\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x)=\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) \quad (۰/۲۵)$ $2+b=1+2a=2 \Rightarrow a=\frac{1}{2}$ و $b=0 \quad (۰/۲۵)$ ادامه در صفحه ی سوم	۸

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۳/۰۴
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت خرداد ماه سال ۱۳۸۲	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی

۹	اولاً: $y' = \frac{2x(3x+5)^2 - 2(3x+5)^3 \times (x^2-1)}{(3x+5)^4}$ (الف) (۰/۵) $y' = 3\sin^2 x \cos x \cdot \cot 2x + (-2)(1 + \cot^2 2x) \sin^3 x$ (ب) (۰/۲۵) ثانیاً: $y' = (-\sin x)f'(x) \Rightarrow y' = -\sin x(2\cos x - 5)$ (۰/۲۵) $f'(x) = 2x - 5 \quad (۰/۲۵)$
۱۰	(الف) $\frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S(t_2) - S(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{29 - 11}{4 - 2} = 9 \quad (۰/۲۵)$ (ب) $S'(t) = 2t + 3 \Rightarrow S'(3) = 9 \quad (۰/۲۵)$
۱۱	$D = R - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$ $x \rightarrow \pm\infty \Rightarrow y = \frac{1}{2}$ افقی و قائم $y \rightarrow \pm\infty \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ مرکز تقارن $\omega \begin{matrix} \frac{1}{2} \\ 2 \\ \frac{1}{2} \end{matrix}$ $y' = \frac{-3}{(2x-1)^2} \quad (۰/۲۵)$ $\begin{cases} x=0 \rightarrow y=-1 \\ y=0 \rightarrow x=-1 \end{cases} \quad (۰/۲۵)$ $\begin{matrix} x & -\infty & -1 & 0 & \frac{1}{2} & +\infty \\ y' & & & & & \\ y & \frac{1}{2} & 0 & -1 & +\infty & \frac{1}{2} \end{matrix}$ (۰/۵)  (۰/۲۵)
۱۲	$f'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)[x] - 0}{x+1} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{(x+1)[x]}{x+1} = -1 \\ \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{(x+1)[x]}{x+1} = -2 \end{cases}$ (۰/۲۵) مشتق پذیر نیست $f'_-(-1) \neq f'_+(-1)$

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۰۳/۰۴
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران درنوبت خرداد ماه سال ۱۳۸۲	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی

۱۳	$X = 0 \rightarrow y = -1 \quad y' = 2 \cos 2X = 0 \rightarrow \cos 2X = 0 \quad 2X = k\pi + \frac{\pi}{2} \rightarrow X = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \quad (0/5) \quad X = \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}$ $X = \pi \quad y = 0, y = -2$ <table border="1"> <tr> <td>X</td> <td>0</td> <td>$\frac{\pi}{4}$</td> <td>$\frac{\pi}{2}$</td> <td>$\frac{3\pi}{4}$</td> <td>π</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>-1 ↗</td> <td>0 ↘</td> <td>-1 ↘</td> <td>-2 ↗</td> <td>-1</td> </tr> </table> (0/5) $x = \frac{\pi}{2} \rightarrow y = -1$	X	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π	y'	+	0	-	0	+	y	-1 ↗	0 ↘	-1 ↘	-2 ↗	-1
X	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π														
y'	+	0	-	0	+														
y	-1 ↗	0 ↘	-1 ↘	-2 ↗	-1														
۱۴	$y' = \frac{2}{(x+1)^2} \quad m = \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \rightarrow y - 0 = \frac{1}{2}(x - 1) \quad y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ (0/25)																		
۱۵	M, A, B, C, D, E, F بحرانی (0/5) Min مطلق: M و Max مطلق: F (0/25)																		
۱۶	$x - y = 10 \rightarrow y = x - 10$ $xy = x(x - 10) = x^2 - 10x = f(x) \quad (0/25)$ $f'(x) = 2x - 10 = 0 \rightarrow x = 5 \rightarrow y = 5 - 10 = -5 \rightarrow y = -5 \quad (0/25)$ (0/25)																		
۱۷	$\int_{-3}^3 (x - 3) dx = - \left(S_{\text{مثلث}} + S_{\text{دورنقه}} \right)$ $= - \left(\frac{(2+3)^2}{2} + \frac{3 \times 3}{2} \right) = -7 \quad (0/25)$ (0/5)																		
	مصححین محترم با عرض سلام و خسته نباشید لطفاً برای روشهای حل درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمائید. با تشکر																		