

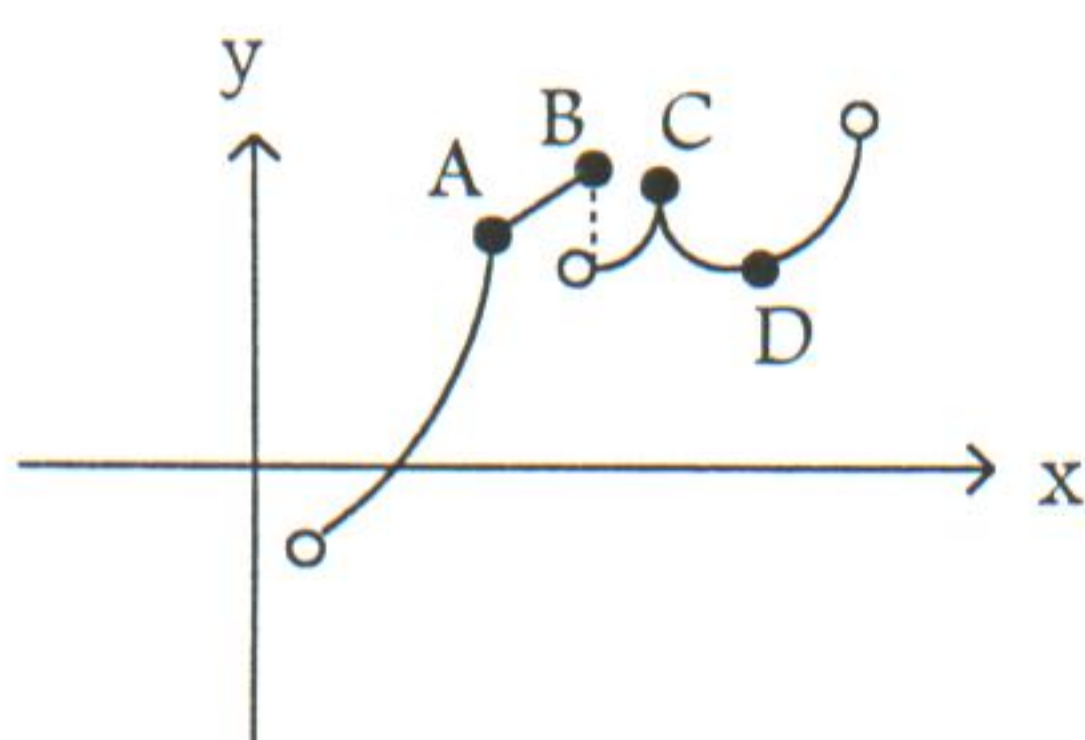
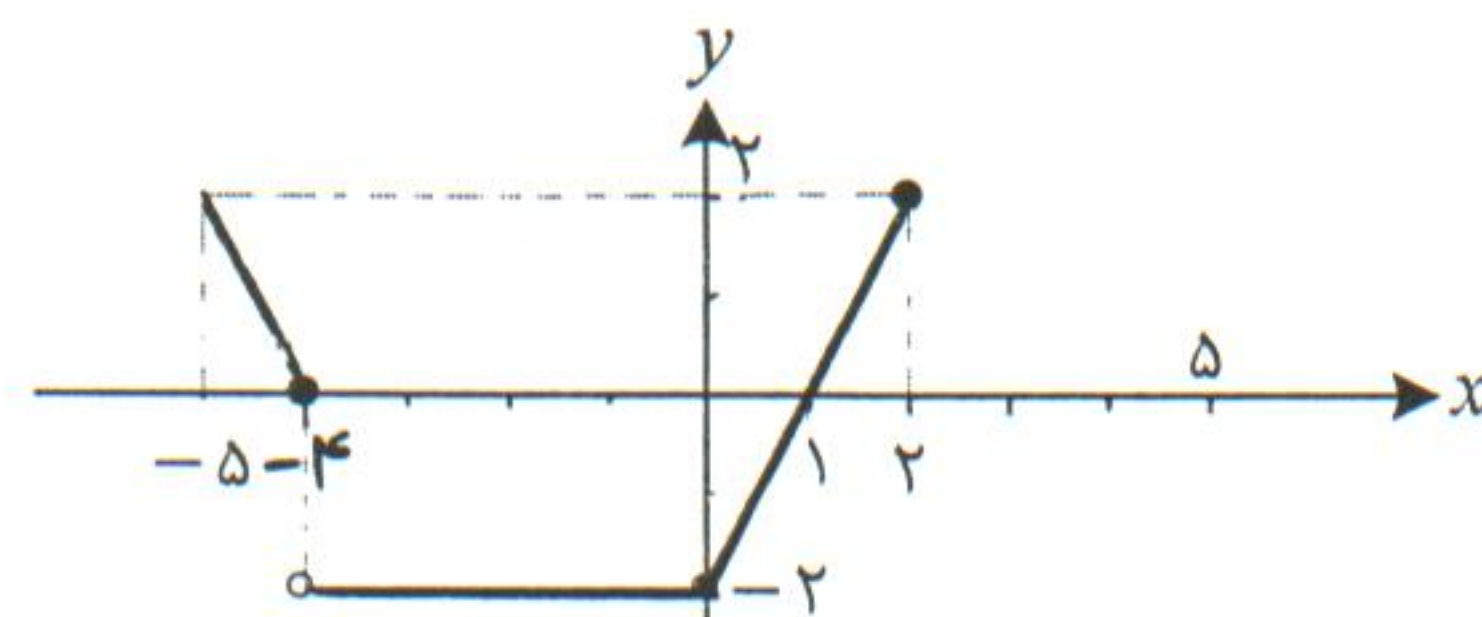
باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۰۶/۱۰		
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در شهریور ماه	سال تحصیلی ۸۱ - ۱۳۸۰	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

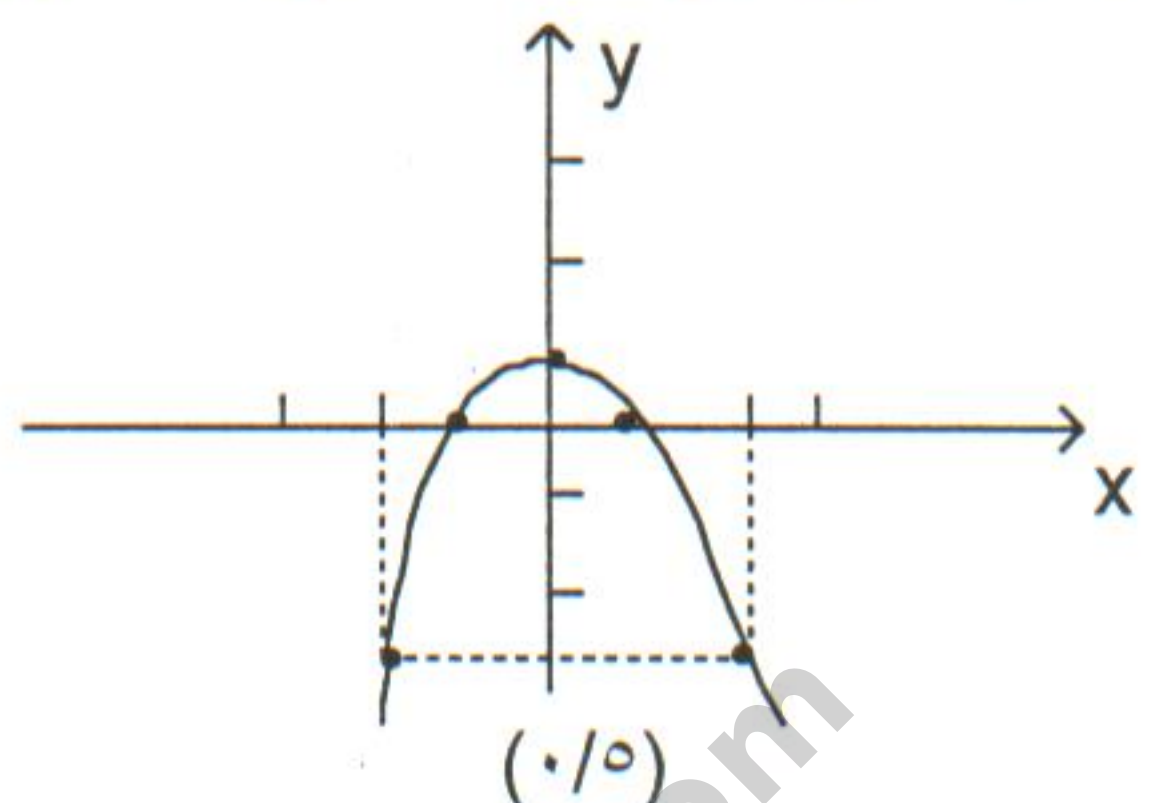
ردیف	سؤالات	نمره
۱	دامنه تابع رو به رو را تعیین کنید. $g(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 1}$	۱
۲	ابتدا نمودار تابع $f(x) = 1 - x^2$ را رسم کنید سپس تحقیق کنید این تابع زوج است یا فرد؟	۱
۳	اگر α, β ریشه های معادله درجه دوم $2x^2 - 8x + 1 = 0$ باشند، حاصل $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ را به دست آورید.	۱
۴	m را چنان بیابید که چند جمله ای $f(x) = 8x^3 - 4x^2 + mx - 3$ بر $2x + 1$ بخش پذیر باشد.	۱
۵	ثابت کنید تابع $y = \frac{1-2x}{1+x}$ یک به یک است. سپس ضابطه تابع معکوس آن را بدست آورید.	۱
۶	حد های زیر را حساب کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 2}{x - 2}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \cot x$ ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 + 2x + 5})$	۲
۷	اگر به ازای هر x در بازه باز $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ ، $3 - \cos^2 x \leq f(x) \leq 2 + x^2$ مطلوبست محاسبه $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{f(x)}$	۱
۸	معادلات خطوط مجانب قائم و افقی تابع $y = 3 + \frac{1}{x-4}$ را در صورت وجود بدست آورید.	۱
۹	تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{\sin^2 x}{1 - \cos x}$ مفروض است. $f(0)$ را چنان انتخاب کنید که تابع در $x_0 = 0$ پیوسته باشد.	۱
۱۰	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $y = \sqrt[5]{x^3 + 2x}$ ب) $y = (3x - 4)(2 - 5x)^4$ ج) $y = 2 \sin^3 x + \cos 4x$	۱/۷۵

ادامه سؤالات در صفحه دوم

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۰۶/۱۰	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران	اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در شهریور ماه	سال تحصیلی ۸۱ - ۱۳۸۰		

۱۱	معادله خط قائم بر منحنی تابع $y = x^2 + x + 1$ را در نقطه ای به طول $x = -2$ واقع بر آن بنویسید.	۱
۱۲	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \frac{x-2}{x}$ را رسم کنید.	۱/۵
۱۳	مشتق پذیری تابع f با ضابطه $f(x) = x-1 (x-1)$ را در $x_0 = 1$ بررسی کنید.	۱
۱۴	تابع $y = ax^3 + bx^2$ مفروض است a و b را چنان بیابید که نقطه $A(1,2)$ نقطه عطف منحنی باشد.	۰/۷۵
۱۵	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = \text{Arctan} \frac{1}{x}$ را رسم کنید.	۰/۲۵
۱۶	نقاط بحرانی واکسترمم نسبی و مطلق را در نمودار زیر تعیین کنید.	۱
		
۱۷	مقدار مشتق $x^3 + y^2 + xy - 3 = 0$ را در نقطه $(1, 1)$ پیدا کنید.	۰/۵
۱۸	با توجه به نمودار f ، انتگرال معین $\int_{-5}^2 f(x) dx$ را محاسبه کنید.	۱/۲۵
		
۲۰	جمع نمرات	« موفق باشید »

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۰۶/۱۰
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در شهریور ماه سال تحصیلی ۸۱ - ۱۳۸۰	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی

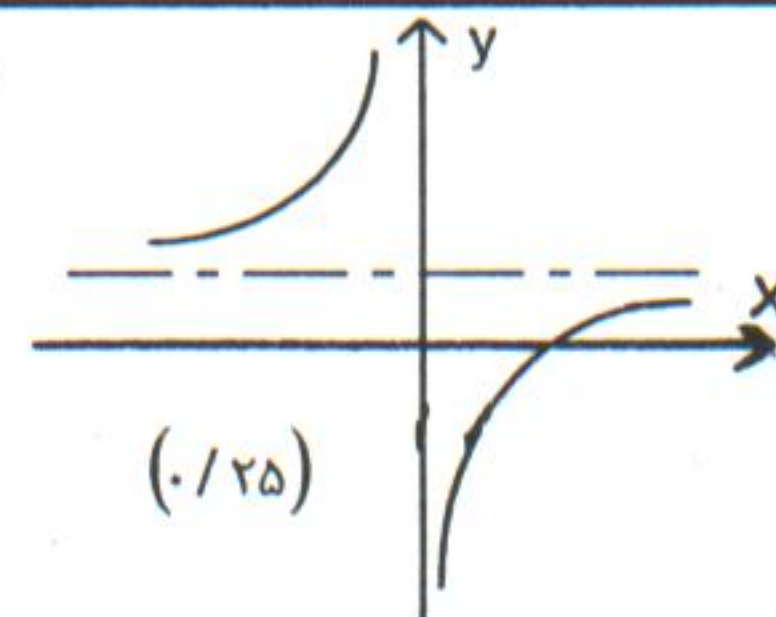
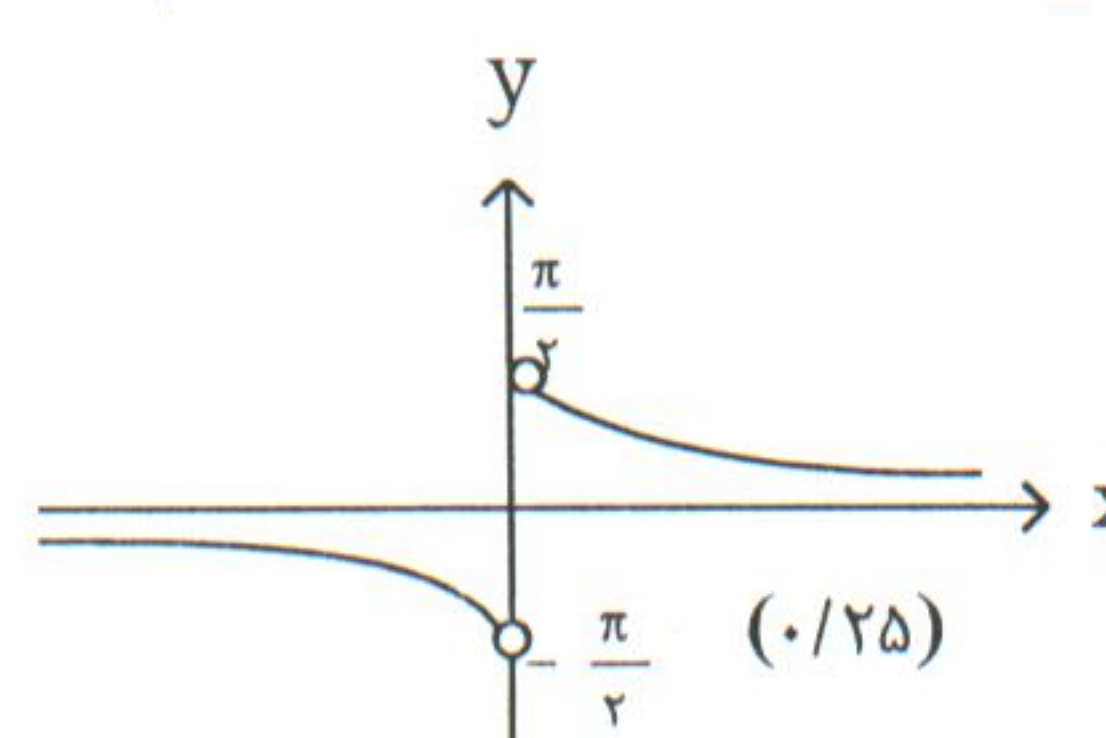
ردیف	راهنمای تصحیح												
۱	$\left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ x^2 - 1 \neq 0 \end{array} \right\} \rightarrow \left. \begin{array}{l} x \geq 0 \\ x \neq 1, -1 \end{array} \right\} \rightarrow D_g = [0, +\infty) - \{1\} \quad (۰/۲۵)$ (۰/۵) (۰/۲۵)												
۲	از روی شکل دیده می شود که محور عرضها ، محور تقارن شکل است پس f فقط زوج است (۰/۲۵) <table style="margin-right: 20px;"> <tr> <td>x</td><td>-۲</td><td>-۱</td><td>۰</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr> <td>y</td><td>-۳</td><td>۰</td><td>۱</td><td>۰</td><td>-۳</td></tr> </table>  (۰/۵) $D_f = R$ (۰/۲۵)	x	-۲	-۱	۰	۱	۲	y	-۳	۰	۱	۰	-۳
x	-۲	-۱	۰	۱	۲								
y	-۳	۰	۱	۰	-۳								
۳	$\alpha + \beta = s = ۴$ $\alpha\beta = p = \frac{1}{۲} \quad (۰/۲۵) \rightarrow \frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} \quad (۰/۵)$ $= \frac{(۴)^2 - 2(\frac{1}{۲})}{\frac{1}{۲}} = \frac{۱۶ - ۱}{\frac{1}{۲}} = \frac{۱۵}{\frac{1}{۲}} = ۳۰ \quad (۰/۲۵)$												
۴	$۲x + ۱ = ۰ \rightarrow x = -\frac{1}{۲} \quad (۰/۲۵)$ $f\left(-\frac{1}{۲}\right) = ۰ \rightarrow ۸\left(-\frac{1}{۲}\right)^2 - ۴\left(-\frac{1}{۲}\right) + m\left(-\frac{1}{۲}\right) - ۳ = ۰ \rightarrow \frac{m}{۲} = -۵ \rightarrow m = -۱۰ \quad (۰/۲۵)$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)												
۵	f یک به یک است و از آنجا معکوس پذیر است. (۰/۲۵) $y = \frac{1-2x_1}{1+x_1}, \quad y = \frac{1-2x_2}{1+x_2} \Rightarrow \frac{1-2x_1}{1+x_1} = \frac{1-2x_2}{1+x_2} \rightarrow x_1 = x_2 \quad (۰/۲۵)$ $y = \frac{1-2x}{1+x} \rightarrow y + yx + 2x - 1 = ۰ \rightarrow x = \frac{1-y}{2+y} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1-x}{2+x} \quad (۰/۲۵)$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)												

ادامه در صفحه بعد

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان : ۱۳۸۱/۰۶/۱۰
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در شهریور ماه	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران
سال تحصیلی ۸۱ - ۱۳۸۰	اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی

۶	الف) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x] - 2}{x - 2} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$ (۰/۵) (۰/۲۵) ب) $\lim_{x \rightarrow \pi^-} \frac{\cos x}{\sin x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$ (۰/۵) ج) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x - \sqrt{x^2 + 2x + 5})(x + \sqrt{x^2 + 2x + 5})}{x + \sqrt{x^2 + 2x + 5}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x^2 - 2x - 5}{x + x\sqrt{1 + \frac{2}{x} + \frac{5}{x^2}}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x}{2x} = -1$ (۰/۲۵) (۰/۵)
۷	$\lim_{x \rightarrow \pi} (3 - \cos^2 x) \leq \lim_{x \rightarrow \pi} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow \pi} (2 + x^2) \rightarrow 3 - 1 \leq \lim_{x \rightarrow \pi} f(x) \leq 2 \rightarrow \lim_{x \rightarrow \pi} f(x) = 2 \rightarrow \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)
۸	$D = \mathbb{R} - \{4\}$ $\lim_{x \rightarrow 4^+} y = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow 4^-} y = -\infty$ $\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 4^+} y = +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 4^-} y = -\infty \end{array} \right\} \Rightarrow x = 4$ مجانب قائم (۰/۵) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = 3 \Rightarrow y = 3$ افقی مجانب (۰/۵)
۹	برای پیوستگی باید $f(0) = \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ (۰/۲۵) پس $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 x}{1 - \cos x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}{1 - \cos x} = 2$ (۰/۵) پس کافیت $f(0) = 2$ اختیار کنیم (۰/۲۵)
۱۰	الف) $y' = \frac{3x^2 + 2}{5\sqrt{(x^2 + 2x)^3}}$ (۰/۵) ب) $y' = 3(2 - 5x)^2 + 2(2 - 5x)^2(-5)(3x - 4)$ (۰/۷۵) ج) $y' = 6\sin^2 x \cos x - 4\sin^4 x$ (۰/۵)
۱۱	$x = -2 \rightarrow y = 3$ (۰/۲۵) $y' = 2x + 1 \rightarrow m = -3 \rightarrow m = \frac{1}{3} \rightarrow y - 3 = \frac{1}{3}(x + 2)$ (۰/۲۵) مماس (۰/۲۵) قائم (۰/۲۵)

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان : ۱۳۸۱/۰۶/۱۰
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در شهریور ماه	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران
سال تحصیلی ۸۱ - ۱۳۸۰	اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی

۱۲	$y' = \frac{2}{x^3} \cdot \begin{cases} y \rightarrow \pm\infty \rightarrow x = 0 \text{ (مجاوب قائم (۰/۲۵))} \\ x \rightarrow \pm\infty \Rightarrow y = 1 \text{ (مجاوب افقی (۰/۲۵))} \end{cases} \quad y = 0 \rightarrow x = 2$ <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>۰</td> <td>۲</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>+</td> <td></td> <td>+</td> <td></td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>۱ ↗</td> <td>$+\infty$</td> <td>۰ ↗</td> <td>۱</td> </tr> </table>  (۰/۲۵)	x	$-\infty$	۰	۲	$+\infty$	y'	+		+		y	۱ ↗	$+\infty$	۰ ↗	۱
x	$-\infty$	۰	۲	$+\infty$												
y'	+		+													
y	۱ ↗	$+\infty$	۰ ↗	۱												
۱۳	$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x-1)(x-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x-1)(x-1)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} -(x-1) = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{در } f \text{ در } x=1 \text{ مشتق پذیر است (۰/۲۵)}$															
۱۴	$\begin{aligned} y' &= 3ax^2 + 2bx \\ y'' &= 6ax + 2b \rightarrow 6a + 2b = 0 \rightarrow 3a + b = 0 \\ 2 &= a + b \end{aligned} \quad \begin{cases} 3a + b = 0 \\ a + b = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} a &= -1 & b &= 3 \end{aligned} \quad (۰/۵)$															
۱۵	$x \neq 0 \rightarrow D = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ $y' = \frac{-\frac{1}{x^2}}{1 + \frac{1}{x^2}} \cdot \frac{1}{x^2} \quad (۰/۲۵)$ $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \text{Arctan} \frac{1}{x} = 0 \rightarrow \text{مجاوب افقی } y = 0 \quad (۰/۲۵)$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \text{Arc tan} \frac{1}{x} = -\frac{\pi}{2} \quad (۰/۲۵), \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \text{Arc tan} \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2}$  <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>۰</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>—</td> <td></td> <td>—</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>۰ ↗</td> <td>$-\frac{\pi}{2}$</td> <td>$\frac{\pi}{2}$ ↗ ۰</td> </tr> </table> (۰/۲۵)	x	$-\infty$	۰	$+\infty$	y'	—		—	y	۰ ↗	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$ ↗ ۰			
x	$-\infty$	۰	$+\infty$													
y'	—		—													
y	۰ ↗	$-\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}$ ↗ ۰													
۱۶	A, B, C, D : بحرانی (۰/۵) B, C نسبی Max (۰/۲۵) D نسبی Min (۰/۲۵) ادامه در صفحه چهارم															

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : حسابان	رشته : ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان : ۱۳۸۱/۰۶/۱۰
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در شهریور ماه سال تحصیلی ۸۱ - ۱۳۸۰	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی

۱۷	$3x^2 + 2yy' + y + xy' = 0 \rightarrow y' = -\frac{y}{x}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)
۱۸	$\int_{-5}^2 f(x)dx = \int_{-5}^{-4} f(x)dx + \int_{-4}^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx = \frac{1 \times 2}{2} - \frac{(5+4) \times 2}{2} + \frac{1 \times 2}{2} = -7$ (۰/۵) (۰/۷۵)

مصححین محترم ،

با عرض سلام و خسته نباشید ، لطفاً برای روشهای حل درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمائید .

با تشکر