

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۰۳/۱۶	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دوم	سال تحصیلی ۸۱ - ۱۳۸۰	اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	توابع f و g با ضابطه های $f(x) = \frac{1}{x-1}$ و $g(x) = \sqrt{x+2}$ مفروضند. دامنه توابع f و g و $g \circ f$ را تعیین کنید. سپس ضابطه تابع $g \circ f$ را (در صورت وجود) بنویسید.	۱
۲	دامنه توابع روبرو را تعیین کنید. ب) $g(x) = \frac{5x}{ x-3 -2}$ الف) $f(x) = \sqrt{x^2-9}$	۱
۳	اگر α و β ریشه های معادله $x^2 - 4x - 2 = 0$ باشند مقدار عددی عبارت $\frac{\alpha}{\beta+1} + \frac{\beta}{\alpha+1}$ را بدست آورید.	۱
۴	a, b را چنان بیابید که چندجمله ای $x^3 + ax^2 + 2bx - 3$ بر $x - 3$ بخش پذیر بوده و باقیمانده تقسیم آن بر $x - 1$ برابر ۴ - باشد.	۱
۵	درستی تساوی روبرو را ثابت کنید. $\frac{\cos 2x - \cos 4x}{\cos 2x + \cos 4x} = \tan x \tan 3x$	۱
۶	با توجه به نمودار تابع f حدود زیر را محاسبه کنید الف) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$ ج) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ د) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ 	۱
۷	حدود زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{ x - 2 }$ ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 2}{4x^2 - 5x}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{3x - 2}}{x^2 - 1}$ د) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sqrt{1 + \tan x} - \sqrt{1 - \tan x}}$	۲
۸	معادلات خطوط مجانب قائم و افقی تابع $y = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{x+4}$ را در صورت وجود بنویسید.	۰/۷۵
ادامه سؤالات در صفحه دوم		

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۰۳/۱۶	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دوم	سال تحصیلی ۸۱ - ۱۳۸۰	اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

۱/۲۵	۹	$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & x < 2 \\ x & x = 2 \\ a \sin(x - 2) + b & x > 2 \end{cases}$ در تابع $f(x)$ ضرایب a و b را چنان بیابید که تابع در $x_0 = 2$ پیوسته باشد.
۱/۷۵	۱۰	۱- مشتق بگیرید (ساده کردن مشتق الزامی نیست) ج) $y = (3x^2 - 5x)^2$ ب) $y = 2 \cos^3(x^2 - 5x)$ الف) $y = \sqrt[3]{1 - 4x}$ ۲- اگر $f'(x) = x^2 + x$ باشد مشتق $y = f(\sin x)$ را محاسبه کنید. (y'_x)
۱/۷۵	۱۱	با توجه به شکل زیر نقاط ماکزیمم نسبی و می نیمم نسبی تابع F و نقاط بحرانی آن را تعیین کنید.
۰/۷۵	۱۲	مساحت دایره ای به شعاع R را در نظر گرفته آنگاه تغییر مساحت دایره را نسبت به R در $R_0 = 4$ بیابید.
۱	۱۳	مشتق پذیری تابع F با ضابطه $F(x) = [x](x-1)$ را در $x_0 = 1$ بررسی کنید. ([] نماد جزء صحیح)
۱/۲۵	۱۴	تابع $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ مفروض است ضرایب a, b, c, d را چنان بیابید که $M(1, 2)$ نقطه ماکزیمم تابع بوده و نقطه عطف منحنی بر مبدأ مختصات منطبق باشد.
۱/۵	۱۵	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = 2 \cos x - 1$ را در فاصله $[0, 2\pi]$ رسم کنید.
۰/۷۵	۱۶	محیط مستطیلی ۲۰۰ متر است. ابعاد آنرا چنان بیابید که مساحت مستطیل ماکزیمم شود.
۱/۲۵	۱۷	ابتدا نمودار تابع $y = 4 - 2x $ را رسم کنید و با استفاده از نمودار آن حاصل $\int_{-2}^5 4 - 2x dx$ را حساب کنید. «موفق باشید»
۲۰		جمع نمرات

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۰۳/۱۶	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دوم	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران	
سال تحصیلی ۸۱ - ۱۳۸۰	اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	راهنمای تصحیح
۱	$D_f = R - \{1\}, D_g = [-2, +\infty)$ (۰/۲۵) $D_{gof} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \left\{x \in R - \{1\} \mid \frac{1}{x-1} \geq -2\right\} = \left(-\infty, \frac{1}{2}\right] \cup (1, +\infty)$ (۰/۲۵) $gof(x) = g(f(x)) = \sqrt{\frac{1}{x-1} + 2}$ (۰/۲۵)
۲	الف) $x^2 - 9 \geq 0$ یا $x \geq 3 \rightarrow (-\infty, -3] \cup [3, +\infty)$ (۰/۲۵) ب) $x-3 - 2 \neq 0 \rightarrow x-3 \neq 2$ (۰/۲۵) $\rightarrow \begin{cases} x-3 \neq 2 \rightarrow x \neq 5 \\ x-3 \neq -2 \rightarrow x \neq 1 \end{cases}$ $D_g = R - \{5, 1\}$ (۰/۲۵)
۳	$\alpha + \beta = 4$ (۰/۲۵) $\alpha\beta = -2$ $\frac{\alpha(\alpha+1) + \beta(\beta+1)}{(\alpha+1)(\beta+1)} = \frac{\alpha^2 + \beta^2 + \alpha + \beta}{\alpha\beta + \alpha + \beta + 1} = \frac{(\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta + \alpha + \beta}{\alpha\beta + \alpha + \beta + 1} = \frac{(4)^2 - 2(-2) + 4}{-2 + 4 + 1} = \frac{24}{3} = 8$ (۰/۲۵)
۴	$x-3=0 \rightarrow x=3 \rightarrow 27+9a+6b-3=0 \rightarrow 3a+2b=-8$ (۰/۲۵) $x-1=0 \rightarrow x=1 \rightarrow 1+a+2b-3=-4 \rightarrow a+2b=-2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \begin{cases} 3a+2b=-8 \\ a+2b=-2 \end{cases} \rightarrow a=-3, b=\frac{1}{2}$ (۰/۲۵)
۵	$\frac{\cos 2x - \cos 4x}{\cos 2x + \cos 4x} = \frac{-2\sin\left(\frac{2x+4x}{2}\right)\sin\left(\frac{2x-4x}{2}\right)}{2\cos\frac{2x+4x}{2}\cos\frac{2x-4x}{2}} = \frac{\sin 3x \sin x}{\cos 3x \cos x} = \tan 3x \times \tan x$ (۰/۲۵)
۶	الف) ۵ (۰/۲۵) ب) ۴ (۰/۲۵) ج) ۴ (۰/۲۵) د) ۴ (۰/۲۵)

ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۰۳/۱۶	سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی واحدی (۲۰ نمره ای)	
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دوم سال تحصیلی ۸۱ - ۱۳۸۰	

الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} (x + 2) = 4$ (۰/۵) ب) $\frac{3}{4}$ (۰/۵) ج) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - \sqrt{3x - 2})(x + \sqrt{3x - 2})}{(x - 1)(x + 1)(x + \sqrt{3x - 2})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x - 2)}{x^2 - 3x + 2} = \frac{-1}{2(2)} = -\frac{1}{4}$ (۰/۵) د) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x (\sqrt{1 + \tan x} + \sqrt{1 - \tan x})}{1 + \tan x - 1 + \tan x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x (\sqrt{1 + \tan x} + \sqrt{1 - \tan x})}{2 \tan x} = 2$ (۰/۲۵)	۷
$\lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty$ قائم بجانب $x = 0$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = 0$ افقی بجانب $y = 0$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$ افقی بجانب $y = 0$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = +\infty$ قائم بجانب $x = 0$ (۰/۲۵)	۸
$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4a + 2b$ (۰/۲۵) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = b$ (۰/۲۵) $f(2) = 2$ $\Rightarrow 4a + 2b = b = 2 \rightarrow a = -\frac{1}{2}$ (۰/۲۵)	۹

ادامه راهنمای تصحیح در صفحه سوم

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۰۳/۱۶	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دوم	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران	
سال تحصیلی ۸۱ - ۱۳۸۰	اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

۱۰	الف) $y' = \frac{-4}{3\sqrt{1-4x}} \quad (0/25)$ ب) $y' = 6\cos^2(x^2 - 5x)(2x - 5)(-\sin(x^2 - 5x)) \quad (0/5)$ ج) $y' = 2(3x^2 - 5x)(6x - 5) \quad (0/5)$ $y' = \cos x \cdot f'(\sin x) = \cos x \cdot (\sin^2 x + \sin x) \quad (0/25)$	۱- ۲-
۱۱	می نیمم نسبی (۰/۵) از C تا D و B, E, G نقاط بحرانی E, F, G, H و از C تا D, A, B, D (۰/۷۵) مکزییم نسبی از C تا D و F, H (۰/۵)	
۱۲	$f(R) = A = \pi R^2 \quad (0/25)$ $f'(R) = A' = 2\pi R \quad (0/25)$ $f''(R) = 2\pi \quad (0/25)$ $\frac{dA}{dR} = 2\pi$	
۱۳	$F'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{F(x) - F(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{[x](x-1)}{x-1} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} [x] = 0 & (0/25) \\ \lim_{x \rightarrow 1^+} [x] = 1 & (0/25) \end{cases}$ $\Rightarrow$ مشتق پذیر نیست $x_0 = 1$ در F (۰/۲۵)	
۱۴	$M(1,2) \rightarrow 2 = a + b + c + d$ $y' = 3ax^2 + 2bx + c \rightarrow 3a + 2b + c = 0$ $y'' = 6ax + 2b \rightarrow 0 = 2b \rightarrow b = 0 \quad (0/25)$ $(0,0) \rightarrow 0 = 0 + 0 + 0 + d \rightarrow d = 0 \quad (0/25)$ $\begin{cases} a + c = 2 \\ 3a + c = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = 3 \end{cases} \quad (0/25)$	

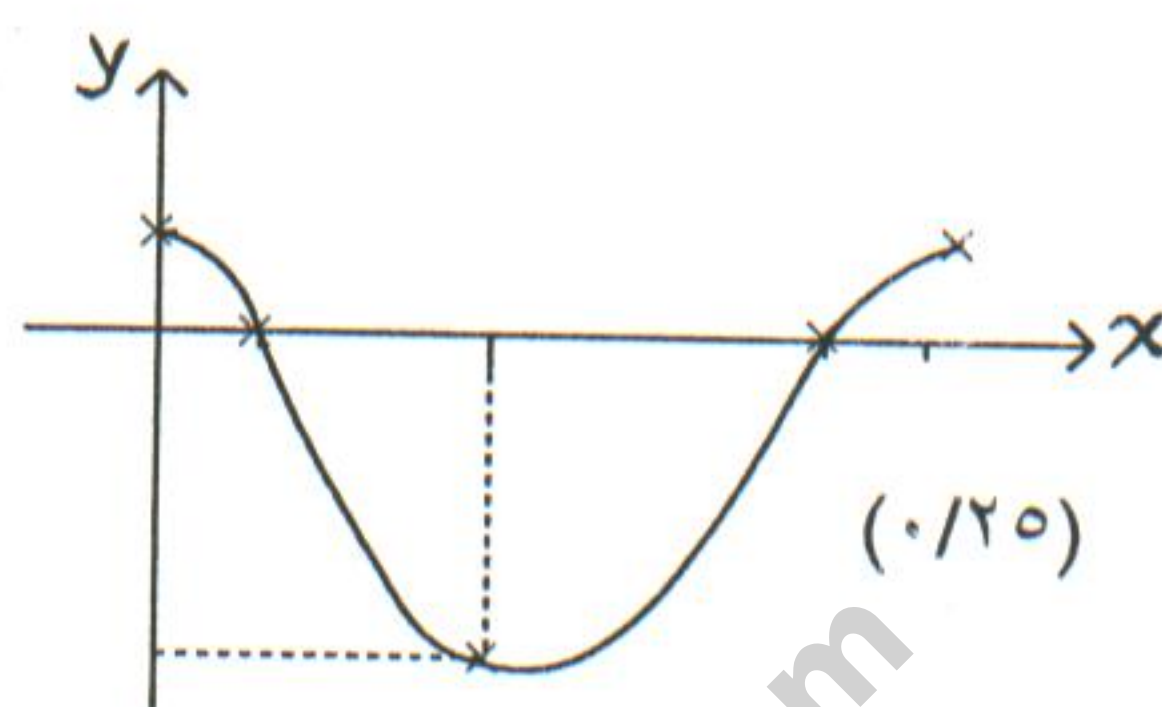
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۰۳/۱۶	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دوم	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران	
سال تحصیلی ۸۱ - ۱۳۸۰	اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

$$y = 0 \rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{\pi}{3} \text{ و } \frac{5\pi}{3} \quad x = 0 \rightarrow y = 1 \quad (0/25)$$

$$y' = -\sin x \quad (0/25) \quad y' = 0 \rightarrow \sin x = 0 \rightarrow x = 0 \text{ و } \pi \text{ و } 2\pi \quad (0/25)$$

x	0	$\frac{\pi}{3}$	π	$\frac{5\pi}{3}$	2π
y'	0	-	0	+	0
y	1	$\searrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\nearrow$

(0/25)



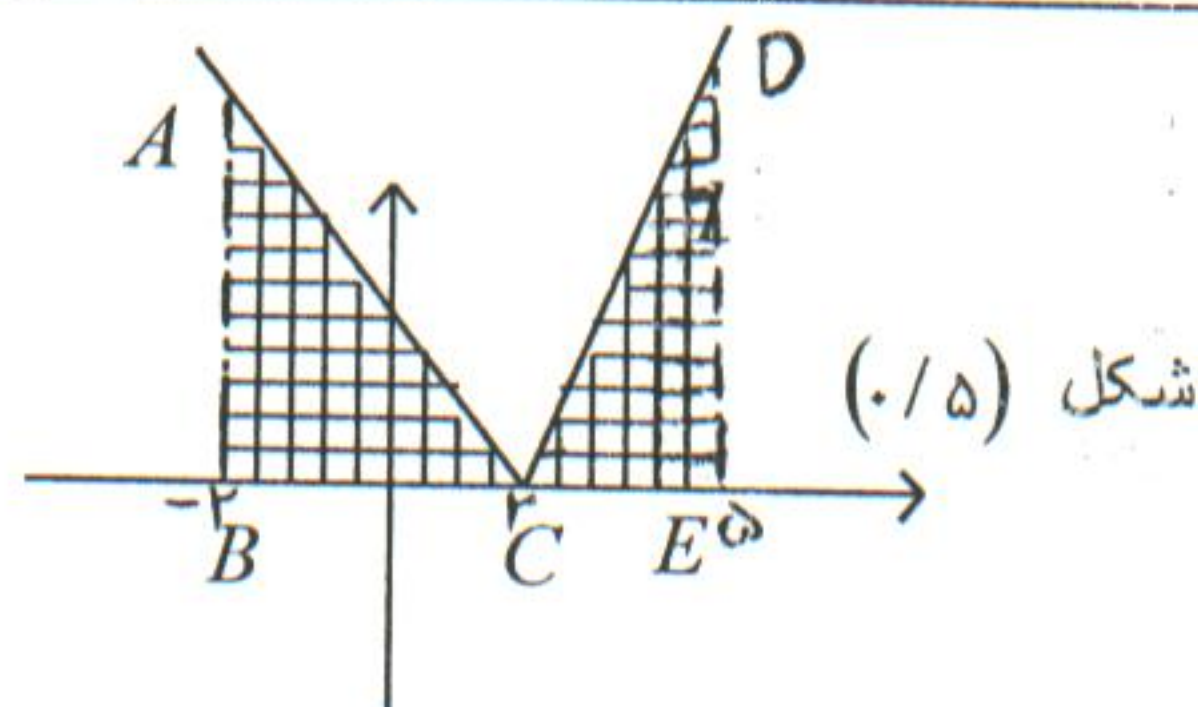
(0/25)

$$2(x+y) = 200 \rightarrow x+y = 100 \rightarrow y = 100 - x$$

$$xy = x(100 - x) = 100x - x^2 = f(x) \quad (0/25) \rightarrow \begin{cases} f'(x) = 100 - 2x \\ f'(x) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 50 \\ y = 50 \end{cases} \quad (0/25)$$

$$y = |4 - 2x|$$

$$y = 4 - 2x$$



شکل (0/5)

$$S_{ABC} = \frac{AB \times BC}{2} = \frac{4 \times 4}{2} = 8 \quad (0/25)$$

$$S_{CDE} = \frac{CE \times DE}{2} = \frac{2 \times 6}{2} = 6 \quad (0/25)$$

$$\int_{-2}^6 |4 - 2x| dx = 8 + 6 = 14 \quad (0/25)$$

همکاران محترم ضمن عرض سلام و خسته نباشید

لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمائید. با تشکر