وزارت علوم، تحقیقات و فناوری — دانشگاه صنعتی شاهرود	رشته: علوم ریاضی — مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دوره پیش دانشگاهی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۰۴/۰۳
نیمسال دوم سال تحصیلی ۸۱-۱۳۸۰	اداره کل سنجش وارزشیابی تحصیلی

سؤالات	نمره
اگر شعاع یک دایره با سرعت ۳ سانتیمتر در ثانیه افزایش یابد مساحت سطح آن هنگامی که شعاع ۶ سانتیمتر است با چه سرعتی افزایش می یابد؟	۱
مقادیر a و b را چنان بیابید که تابع f با ضابطه $f(x)=\begin{cases} ax^2+b & x\le 1 \\ \frac{2}{x} & x>1 \end{cases}$ در نقطه $x_0=1$ مشتق پذیر باشد.	۱/۵
معادله خط مماس بر تابع معکوس تابع $y=f(x)=\frac{x}{1+x^2}$ ، $x\ge 1$ را در نقطه ای به طول $\frac{1}{2}$ واقع بر تابع معکوس f بنویسید.	۱/۵
ثابت کنید: اگر تابع f روی بازه I مشتق پذیر بوده و f' روی I برابر مقدار ثابت صفر باشد، آنگاه f روی I ثابت است.	۱/۵
نقاط ماکزیمم و می نیمم نسبی و مطلق و بحرانی تابع $f(x)=x\,\|x\|$ را روی $[-1,2]$ تعیین کنید.	۱/۵
برای تابع $f(x)=2x^3-5x+3$ شرایط قضیه مقدار میانگین را دربازه $[1,3]$ بررسی کنید و در صورت برقراری شرایط، نقطه یا نقاط C مذکور در قضیه را بیابید.	۱/۵
ثابت کنید که اگر $n\in N$ و $n\ge 2$ در اینصورت نامساوی زیر برای تمام x های حقیقی و مثبت برقرار است. $(1+x)^n>1+nx$	۱
جدول تغییرات و نمودار تابع $y=\frac{x}{\sqrt{x^2+2}}$ را رسم کنید.	۱/۵
به کمک دیفرانسیل مقدار تقریبی $\operatorname{Arctan}(1/01)$ را بنویسید.	۱
حدهای زیر را به کمک قاعدهٔ هوپیتال بنویسید. الف) $\lim_{x\to\frac{\pi}{6}} \operatorname{Cot}3x.\tan(x+\frac{\pi}{3})$ ب) $\lim_{x\to 0}\frac{x-\operatorname{Sin}x}{5x^3}$	۲
ثابت کنید اگر f دربازه $[a,b]$ پیوسته باشد، آنگاه عدد حقیقی C ، $a\le c\le b$ وجود دارد که $\int_a^b f(x)dx=f(c)(b-a)$	۱
مجموع بالا و پائین ریمان را برای تابع $y=\operatorname{Cos}x$ در بازه $[0,\pi]$ برای $n=4$ محاسبه کنید.	۱/۵
بدون محاسبه انتگرال مشتق زیر را بدست آورید. $\frac{d}{dt}\int_0^{\operatorname{Sin}t}\frac{dx}{\sqrt{1+x^3}}$	۰/۷۵
نامساوی زیر را ثابت کنید. $1\le\int_0^1\frac{2}{1+x^3}dx\le 2$	۱/۲۵
انتگرالهای زیر را محاسبه کنید. الف) $\int_1^3 x^2[x]dx$ ب) $\int\frac{\operatorname{Sin}\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx$	۲/۵
جمع نمرات	۲۰