

ساعت شروع: ۱۴:۲۰	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	سوالات امتحان هماهنگ درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۱۰/۲۰		دوره پیش دانشگاهی	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی			دانش آموزان و داوطلبان آزاد در نیم سال اول سال تحصیلی ۱۳۸۲ - ۸۳

ردیف	سوالات	نمره
۱	اگر مجموعه جواب نامعادله $ 3x + 1 < 6$ را به صورت یک همسایگی متقابن نمایش دهیم، مرکز و شعاع همسایگی را تعیین کنید.	۰/۷۵
۲	اگر برای هر عدد حقیقی $\varepsilon > 0$ داشته باشیم $x \in (-1, 1)$ ثابت کنید $1 < \frac{1-2n}{n+2} < -\frac{1}{999}$.	۰/۷۵
۳	دنباله $\left\{ \frac{1-2n}{n+2} \right\}$ مفروض است. کمترین عدد طبیعی M را چنان تعیین کنید که از $n \geq M$ نتیجه شود:	۰/۷۵
۴	یکنواختی و کرانداری دنباله $\left\{ \frac{\cos n\pi}{n^2} \right\}$ را بررسی کنید.	۱/۲۵
۵	همگرای سری های زیر را بررسی و در صورت همگرایی، مجموع سری را حساب کنید.	۲
	(الف) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k+1}{2k-1}$ (ب) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{k} + \sqrt{k+1}}$ (ج) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3^k + 2^{k+1}}{\sqrt[3]{k}}$	
۶	وجود حد توابع زیر را در نقطه $x = -1$ در نظر بگیرید و در نقطه $x = 2$ در نظر بگیرید.	۲
	(الف) $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x+1}$ در نقطه $x = -1$ (ب) $g(x) = \begin{cases} 1, & x \in Q \\ 0, & x \notin Q \end{cases}$ در نقطه $x = 2$ (ج) مجموعه اعداد گویا	
۷	حدهای زیر را محاسبه کنید.	۱
	(الف) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3}$ (ب) $\lim_{x \rightarrow 1} (x^3 - 1) \sin \frac{1}{x-1}$	
۸	اگر تابع $f(x) = \begin{cases} ab\sqrt{x^3 + 1 - 2x}, & x > 1 \\ 4, & x = 1 \\ 2[x] + a, & x < 1 \end{cases}$ در نقطه $x = 1$ پیوسته باشد، a, b را تعیین کنید.	۱/۵
۹	حدود a را چنان تعیین کنید که معادله $x^3 + ax + 2 = 0$ در بازه $(-1, 2)$ حداقل دارای یک ریشه باشد.	۱
۱۰	معادلات مجانبهای تابع $y = \frac{x^3 - 1}{1 - x^2}$ را محاسبه کنید.	۱
۱۱	مشتق پذیری تابع $f(x) = (x-2)^2$ را در نقطه $x = 2$ بررسی کنید. ([] نماد جزء صحیح است.)	۱
۱۲	اگر $f(x) = x^2$ و $g(x) = [x]$ ، مشتق تابع $F = fog$ را در نقطه $a = \frac{3}{2}$ به دست آورید.	۱
۱۳	قضیه: اگر توابع f, g در a مشتق پذیر باشند، ثابت کنید $f'g$ در a مشتق پذیر است و $(fg)'(a) = f'(a)g(a) + f(a)g'(a)$	۱
۱۵	جمع نمرات «موفق پاسید»	۱۵