

فرما و آخرین قضیه او

پیر دو فرما در سال ۱۶۴۵ میلادی درگذشت. امروز او بیشتر در حوزه نظریه اعداد شهرت دارد. این نکته بسیار جالب توجه است که فرما یک حقوقدان بوده. همچنین در طول حیات خود فقط یک مقاله ریاضی در سال ۱۶۶۰ منتشر کرده است.

پس از درگذشت فرما، فرزندش ساموئل کار انتشار آثار او را به عهده گرفت. ساموئل، ضمن جمع آوری نوشته‌های پدرش، کتابها و مقالات مورد مطالعه وی را نیز بررسی نمود و همین امر باعث انتشار قضیه معروف فرما شد. او دریافت که پدرش، ۴۸ نظر تحت عنوان «نظریات روی کتاب دیوفانتس» نوشته است. در هشتمین مساله، آنچه که بعدها به آخرین قضیه فرما مشهور گردید، بیان شده بود. این مساله به زبان نمادین به این صورت است:

برای هر عدد صحیح $n > 2$ معادله $c^n = b^n + a^n$ فاقد جواب صحیح مثبت است.

فرما ادعا کرده بود که روشی شگفت انگیز برای اثبات این مطلب یافته است، اما حاشیه کتاب باریکتر از آن است که آن را در خود جای دهد!

هر حدس یا قضیه دیگری که فرما به این روش اعلام کرده بود تا سال ۱۸۴۷ اثبات شد، مگر آخرین آنها که همین قضیه باشد.

اکنون که بیش از سه قرن از درگذشت فرما می‌گذرد، کارهای او در غیر از نظریه اعداد، اهمیت خود را در ذهن افراد از دست داده است. البته دلیل این مطلب آن است که کارهای وی قدمهای اولیه اساسی در توسعه نظریات مهمی بوده که امروزه کاملاً فهمیده شده اند و به راحتی با زبان نمادین ریاضی – که در زمان فرما موجود نبوده- قابل بیانند. علاقه عمیق فرما به نظریه اعداد از گفته وی که مطالعه خواص اعداد صحیح مثبت، بزرگترین عرصه قدرت نمایی استدلال ریاضی محض و بزرگترین گنجینه حقایق ریاضی محض است پیداست.

قضیه فرما، پیش از قرن بیستم – میدانهای اقلیدسی اعداد

در ۴ آگوست ۱۷۵۳ اوایلر در نامه‌ای به گلدباخ، ادعا کرد که قضیه فرما را در حالت $N = 3$ ثابت کرده است. البته اثبات وی اشتباه جالبی داشت. او به دنبال یافتن مکعب‌هایی از فرم بود...

فرد دیگری که قدمی به جلو برداشت، سوفی ژرمن بود. او نشان داد که اگر n و $2n+1$ اعداد اولی باشند، آنگاه ایجاب می‌کند که یکی از x ، y یا z بر n بخشپذیر باشد. بنابراین قضیه آخر فرما به دو حالت زیر تفکیک می‌شود:

(۱) هیچیک از x و y و z را نمی‌شمارد.

(۲) یکی از x و y و z را می‌شمارد.

سوفی ژرمن حالت (۱) را برای هر $n > 100$ ثابت کرد و لژاندر روش وی را به همه اعداد کوچکتر از ۱۹۷ گسترش داد. حالت (۲) برای $n = 5$ به دو بخش تقسیم شد و بخشی را دیریکله در جولای ۱۸۲۵ و حالت دیگر را لژاندر در سپتامبر ۱۸۲۵ ثابت کرد.

در سال ۱۸۳۲ دیریکله اثباتی از قضیه فرما را برای $n = 14$ منتشر کرد. حالت $n = 7$ در ۱۸۳۹ توسط لامه ثابت شد.

سال ۱۸۴۷ در مطالعه قضیه فرما اهمیت زیادی داشت. در اول ماه مارس ۱۸۴۷ لامه ادعا کرد که قضیه آخر فرما را ثابت کرده است. این ادعای لامه عملاً منجر به پیشرفتهایی در مبحث میدانهای اقلیدسی اعداد شد.

قضیه فرما در قرن بیستم

با وجود جوایزی که برای حل مساله فرما گذاشته شده بود، این قضیه، همچنان حل نشده باقی ماند و رکورددار بیشترین اثباتهای غلط شد. مثلاً بیش از ۱۰۰۰ اثبات غلط در بین سالهای ۱۹۰۸ تا ۱۹۱۲ منتشر گردید.

کومر با معرفی مفاهیم عمده‌ای در نظریه اعداد مانند اعداد سیکلوتومیک، یکتایی تجزیه و عدد رده‌ای توانست قضیه فرما را برای n های اول کمتر از ۱۰۰ بجر ۳۷ و ۵۹ و ۶۷ - که به اصطلاح اعداد نامنظم (irregular) بین یک و صد نامیده می‌شوند - ثابت کند. در سال ۱۸۵۷ کومر قضیه فرما را برای این اعداد نیز ثابت کرد. البته اثبات او نقص‌هایی داشت که در سال ۱۹۲۰ ون دیور آنها را برطرف نمود.

نتیجه‌های فوق برای n های خاص بوده است. در این باره تا سال ۱۹۹۲ درستی آخرین قضیه فرما برای همه اعداد اول کمتر از ۴۰۰۰۰۰۰ به کمک کامپیوتر بدست آمد.

اولین کار عمده برای n دلخواه، در قرن بیستم، در اوایل دهه ۱۹۸۰ توسط فالتینگز انجام شد. وی حدس موردل را - که در سال ۱۹۲۲ مطرح شده بود - ثابت کرد. این حدس به قرار زیر است:

تعداد نقاط گویا روی یک منحنی با ضرایب گویا و گونای بزرگ‌تر یا مساوی دو، متناهی است.

علت ارتباط این مساله با قضیه فرما این است که هر جواب صحیح و غیر صفر مانند x و y و z برای معادله متناظر است با یک نقطه با مختصات گویا روی منحنی و برعکس.

اما این ارتباط در نهایت حاصلی برای اثبات قضیه آخر فرما نداشت. البته اثبات حدس موردل توسط فالتینگز با معرفی ایده‌های جدیدی همراه بود که باعث توسعه مفاهیم اساسی در هندسه جبری حسابی گردید.

فصل آخر داستان

فصل پایانی داستان قضیه آخر فرما در سال ۱۹۵۵ آغاز گردید. یوناکا تانیاما آغازگر این حرکت اساسی بود. وی در سال ۱۹۲۷ در منطقه‌ای در شمال توکیو متولد شد و در سال ۱۹۵۳ از دانشگاه توکیو در «نظریه جبری اعداد» فارغ التحصیل گردید. او کتاب «نظریه اعداد مدرن» را همراه شیمورا در سال ۱۹۵۷ نوشت. با اینکه آینده بزرگی، به ویژه از نظر علمی برای تانیاما متصور می‌شد، او در روز ۱۷ نوامبر ۱۹۵۸ در توکیو از دنیا رفت.

تانیاما سوالاتی درباره [خمهای بیضوی](#) - یعنی خم‌هایی به فرم $y^2 = x^3 + ax + b$ پرسید. کارهای بیشتر که در این زمینه توسط ویل و شیمورا انجام شد، حدسی را بوجود آورد که به حدس شیمورا-تانیاما-ویل مشهور گردید. این حدس حاکی است که هر خم بیضوی را که بر اعداد گویا تعریف می‌شود، می‌توان به وسیله توابع پیمانه‌ای بیضوی، پارامتری کرد.

در سال ۱۹۸۶، ارتباطی بین حدس شیمورا-تانایاما-ویل و قضیه آخر فرما توسط فری و سر ایجاد شد. در همین دهه کن ریبت، بر اساس کارهای انجام شده توسط سر، نشان داد که قضیه آخر فرما از حدس شیمورا-تانایاما-ویل نتیجه می‌شود.

اندر وایلز و اثبات قضیه آخر فرما

اندر جان وایلز (Andrew John Wiles) در ۱۱ آوریل ۱۹۵۳ در کمبریج انگلستان به دنیا آمد. علاقه او به قضیه فرما زمانی که او کودکی ده ساله بود شدت گرفت. او در این باره می‌گوید:

من ده ساله بودم که روزی در کتابخانه‌ای عمومی یک کتاب ریاضی پیدا کردم. در این کتاب مطالب تاریخی بسیاری درباره مساله‌ای آمده بود. من در حالی که فقط ده سالم بود، صورت آن مساله را فهمیدم و سعی کردم آن را ثابت کنم. مساله جالبی بود. این مساله همان قضیه آخر فرما بود!

وایلز درجه دکترای خود را از دانشگاه کمبریج دریافت نمود. استاد راهنمای وی در کمبریج جان کوثر بود. وی درباره وایلز گفته‌است:

من از داشتن دانشجویی مثل اندرو خیلی خوشحال بوده‌ام. او ایده‌های عمیقی در تحقیقات داشت و همیشه واضح بود که ریاضیدانی خواهد شد که کارهای بزرگی انجام می‌دهد!

اندرو وایلز در دهه ۱۹۸۰ به دانشگاه پرینستون رفت. وی پس از شروع کار روی قضیه فرما تقریباً تحقیقات دیگرش را کنار گذاشت. خود وایلز در این باره گفته‌است که بعد از مدتی متوجه شده که صحبت کردن با دیگران درباره قضیه فرما غیر ممکن است. زیرا این مطلب به موضوع شدیداً جالب توجهی برای همه تبدیل شده!

تنها کسی که از کار کردن وایلز روی قضیه آخر فرما اطلاع داشت، همسرش بود. وایلز در این باره گفته‌است:

فقط همسرم می‌دانست که من روی قضیه فرما کار می‌کنم. من بعد از گذشت چند روز از ازدواجمان به او گفته بودم که قصد دارم روی این قضیه کار کنم...»

وایلز دقیقه‌های هفت سال اول کارش روی این قضیه را بسیار پرارزش، مورد علاقه و سخت توصیف نموده و گفته‌است که قطعاً نمی‌خواهد چنین کاری را تکرار کند. وی نهایتاً در سال ۱۹۹۴ به اثبات حالت خاصی از حدس شیمورا-تانایاما-ویل و استنتاج قضیه آخر فرما موفق شد. وایلز در این باره می‌گوید:

...این مهم‌ترین لحظه زندگی کاری من بود. چیزی که ممکن است هرگز دوباره تکرار

نشود!... پس از اتمام کار، حدود بیست دقیقه گیج بودم. سپس در طول روز در دانشکده قدم می‌زدم. وقتی به پشت میزم برگشتم، آنرا همانجا دیدم! هنوز همانجا بود...!!

مقاله‌ای که وایلز در آن قضیه آخر فرما را ثابت کرده «خمهای بیضوی و پیمانه‌ای و قضیه آخر فرما» نام دارد، که در سال ۱۹۹۵ منتشر شد.

سیل تبریک‌ها و جوایز مختلف از سال ۱۹۹۵ به بعد به سوی او جاری شد، در حالی که در طول سالها تلاشش برای اثبات قضیه فرما، به خاطر ترک تحقیقات دیگر و کمرنگ شدن کارش مورد سرزنش و مواخذه قرار گرفته بود!

شاید آرزوی بسیاری از دانشجویان جوان ریاضی مطالعه و فهمیدن اثبات قضیه‌ای باشد که صورتی بدین سادگی و اثباتی آنچنان پرماجرا داشته‌است.

[پایگاه ریاضیات مقدماتی و تخصصی](http://www.epmath.99k.org/BooksPapers/NumberTheoryNotes.htm)

<http://www.epmath.99k.org/BooksPapers/NumberTheoryNotes.htm>

مهدی مفیدی احمدی

پانزده اسفند ۱۳۸۸

منبع: [قضیه آخر فرما - ویکی‌پدیا](#)
با تغییر و تصحیح