تجربه‌های کلاسی

تقسیم چندجمله‌ای‌ها در کتاب ریاضی (۱) سال اول دبیرستان

ارسال ایده‌ی اصلی: مهوش خرسندنیا
کارشناس ریاضی ناحیه‌ی ۳ کرمانشاه

یکی از مباحث درسی کتاب ریاضی (۱) سال اول دبیرستان، تقسیم چندجمله‌ای‌ها بر چندجمله‌ای‌ها است که در قسمت تمرینات ویژه نیز به آن اشاره شده است. اغلب دانش‌آموزان سال اول دبیرستان، با یادگیری آن مشکل دارند اما آیا تاکنون به این موضوع فکر کرده‌اید که می‌توان تقسیم چندجمله‌ای‌ها را به تقسیم اعداد مرتبط کرد و در واقع، نحوه‌ی تدریس آن، مانند تدریس تقسیم اعداد در مقطع ابتدایی است؟ همیشه این سؤال برای بسیاری از دانش‌آموزان مطرح می‌شود که چرا تقسیم عدد بر عدد را می‌توان تا چند رقم اعشار ادامه داد؛ در حالی که تقسیم چندجمله‌ای بر چندجمله‌ای را تنها تا جایی که درجه‌ی باقی‌مانده از درجه‌ی مقسوم‌علیه کمتر شود، ادامه می‌دهیم؟

آن‌چه در ادامه می‌خوانید، روشی است برای تدریس تقسیم چندجمله‌ای‌ها که در آن، ضمن بیان ارتباط میان تقسیم اعداد با تقسیم چندجمله‌ای‌ها، و با توجه به تناظر میان توان‌های منفیِ ۱۰ با ارزش‌های مکانی ارقام در اعداد اعشاری، چگونگی ادامه‌ی تقسیم در چندجمله‌ای‌ها، مانند تقسیم اعشاری در اعداد، بیان می‌شود.

```
 ۳۵۶ | ۴
     |-----
     | ۰۸۹
 -۰
-----
  ۳۵
 -۳۲
-----
   ۳۶
  -۳۶
-----
    ۰
```

مثال۱. برای انجام تقسیم

۳۵۶÷۴

ابتدا یک رقم اول، یعنی ۳ را بر ۴ تقسیم می‌کنیم. خارج قسمت این تقسیم، صفر است. عملیات بعدی چنین است:

۰×۴=۴ ؛

۰ را زیر مقسوم، که ۳ است، می‌نویسیم و با قرینه کردن ۰، ۰ را از ۳ کم می‌کنیم؛ باقی‌مانده عدد ۳ خواهد شد.

حال، رقم بعدی یعنی ۵ را پایین می‌آوریم و ۳۵ را بر ۴ تقسیم می‌کنیم. خارج قسمت این تقسیم، ۸ است:

۸×۴=۳۲ ؛

۳۲ را قرینه کرده و زیر مقسوم (۳۵) می‌نویسیم؛

باقی‌مانده ۳ خواهد شد.

سپس رقم ۶ را پایین آورده و ۳۶ را بر ۴ تقسیم می‌کنیم. خارج قسمت، ۹ است:

۹×۴=۳۶ ؛

۳۶-۳۶=۰

پس باقی‌مانده‌ی این تقسیم، صفر است.

مثال۲. اگر تقسیم موردنظر ما،

۳۵۹÷۴

بود، تا رقم ۹، مانند تقسیم مثال قبل عمل می‌کردیم و واضح است که باقی‌مانده، عدد ۳ می‌شد. در این حالت می‌توانیم با گذاشتن ممیز در خارج قسمت و استفاده از ارزش‌های مکانی اعشاری، تقسیم را ادامه دهیم:

$$
\begin{array}{r|l}
359 & 4 \\ \cline{2-2}
-32 & 89/75 \\ \cline{1-1}
37 & \\
-36 & \\ \cline{1-1}
30 & \\
-28 & \\ \cline{1-1}
20 & \\
-20 & \\ \cline{1-1}
0 &
\end{array}
$$

پس از این که به باقی‌مانده‌ی ۳ رسیدیم، در خارج قسمت ممیز می‌زنیم و جلوی ۳، صفر قرار داده و ۳۰ را بر ۴ تقسیم می‌کنیم:

$30 \div 4 = 7$ ؛

$7 \times 4 = 28$ ؛

$30 - 28 = 2$.

مجدداً جلوی ۲، صفر می‌گذاریم و تقسیم را ادامه می‌دهیم....

اگر قدری توجه کنید، می‌بینید که در تقسیم چندجمله‌ای بر چندجمله‌ای نیز دقیقاً به همین ترتیب عمل می‌کنیم. با تأکید بر این امر، تقسیم چندجمله‌ای بر چندجمله‌ای را به دانش‌آموزان یاد می‌دهیم:

ـ نخست چندجمله‌ای مقسوم و چندجمله‌ای مقسوم‌علیه را استاندارد می‌کنیم؛ یعنی بر حسب توان‌های نزولی متغیر مرتب می‌کنیم. این کار دقیقاً مثل عددنویسی است که ارقام، در ارزش‌های مکانی که با توان‌های ۱۰ مرتبط است، قرار گرفته‌اند و از چپ به راست، ارزش مکانی ارقام، کم می‌شود.

$$359 = 3 \times 10^2 + 5 \times 10^1 + 9 \times 10^0$$

درست مانند

$$3x^2 + 5x + 9$$

سپس درست مانند تقسیم اعداد، مرحله به مرحله، چندجمله‌ای مقسوم را بر چندجمله‌ای مقسوم‌علیه تقسیم می‌کنیم و خارج قسمت را مرحله به مرحله می‌یابیم.

ـ در صورتی که به باقی‌مانده رسیدیم، با ادامه‌ی تقسیم با توان‌های منفی متغیر، مانند ادامه‌ی تقسیم اعداد در قسمت اعشاری، تقسیم را تا هرجا که مایل بودیم، ادامه می‌دهیم.

مثال ۳. تقسیم

$$(3x^3 - 5x^2 + 7) \div (x - 1)$$

را انجام دهید و خارج قسمت را تا توان ۲− بیابید.

حل.

$$
\begin{array}{r|l}
3x^3 - 5x^2 + 7 & x - 1 \\ \cline{2-2}
-3x^3 + 3x^2 & 3x^2 - 2x - 2 \\ \cline{1-1}
-2x^2 + 7 & \\
+2x^2 - 2x & \\ \cline{1-1}
-2x + 7 & \\
+2x - 2 & \\ \cline{1-1}
5 &
\end{array}
$$

اولین جمله‌ی خارج قسمت $= \dfrac{3x^3}{x} = 3x^2$ ؛

خارج قسمت × مقسوم‌علیه $= 3x^2(x - 1) = 3x^3 - 3x^2$ ؛

حاصل را قرینه کرده و زیر مقسوم نوشته و جمع جبری می‌کنیم:

$$3x^3 - 5x^2 + 7 - (3x^3 - 3x^2) = -2x^2 + 7$$

حاصل را به صورت استاندارد می‌نویسیم.

دومین جمله‌ی خارج قسمت $= \dfrac{-2x^2}{x} = -2x$ ؛

خارج قسمت × مقسوم‌علیه $= -2x(x - 1) = -2x^2 + 2x$ ؛

حاصل را قرینه کرده، زیر مقسوم نوشته، جمع جبری می‌کنیم:

$$-2x^2 + 7 - (-2x^2 + 3x) = -2x + 7$$

حاصل را به صورت استاندارد می‌نویسم.

سومین جمله‌ی خارج قسمت $= \dfrac{-2x}{x} = -2$ ؛

خارج قسمت × مقسوم‌علیه $= -2(x - 1) = -2x + 2$ ؛

قرینه‌ی آن را با مقسوم جمع جبری کرده و به صورت استاندارد می‌نویسیم:

$$-2x + 7 - (-2x + 2) = 5$$