استفاده نمود.

مثال۷. آیا عدد ۷۰۴۹ بر ۵۳ بخش‌پذیر است؟

حل. برای $p = ۵۳$ داریم $m = ۱۶$. بنابراین

$$N = ۷۰۴۹ \rightarrow ۷۰۴+۱۶\times۹ = ۷۰۴+۱۴۴ = ۸۴۸$$
$$\rightarrow ۸۴+۱۶\times۸ = ۸۴+۱۲۸ = ۲۱۲$$
$$\rightarrow ۲۱+۱۶\times۲ = ۲۱+۳۲ = ۵۳$$

مثال۸. آیا عدد ۶۸۳۸۳ بر عدد ۶۱ بخش‌پذیر است؟

حل. برای $p = ۶۱$ داریم $m = -۶$. بنابراین

$$N = ۶۸۳۸۳ \rightarrow ۶۸۳۸ - ۶\times۳ = ۶۸۲۰ \rightarrow ۶۸ - ۶\times۲ = ۵۶ < ۶۱$$

بنابراین، عدد ۶۸۳۸۳ بر ۶۱ بخش‌پذیر نیست.

تذکر. برای به‌دست آوردن $A+mb$، دقت کنید که b یک عدد یک رقمی است و ضرب آن در m، حتی اگر m چند رقمی هم باشد ساده است و پس از آن $A+mb$ به سادگی حساب می‌شود. به عبارت دیگر، قضیه‌ی ذکر شده همواره برای محاسبات دستی کارآیی دارد.

مراجع

۱. بیدار وطن، عطاپور و بابلیان، اسماعیل، مسایلی در بخش‌پذیری، **مجله‌ی رشد آموزش ریاضی**، شماره‌ی ۱۱، پاییز ۱۳۶۵، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش‌وپرورش.

۲. حسین‌زاده زارعی، علی و بابلیان، اسماعیل، قواعد بخش‌پذیری بر اعداد $۱۰k \pm ۱$ و کاربردهای آن، **مجله‌ی رشد آموزش ریاضی**، شماره‌ی ۸۷، بهار ۱۳۸۶، دفتر انتشارات کمک‌آموزشی، سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش‌وپرورش.

۳. بهزاد، مهدی، محمودیان، عبادا... و...، **ریاضیات گسسته** (پیش دانشگاهی)، وزارت آموزش‌وپرورش.

بخش‌پذیری بر اعداد اول ۲

ادوین د. چارلز و ژرمی ب. تتوم

ترجمه: سعید علیخانی

بخش ریاضی، دانشکده‌ی علوم، دانشگاه صنعتی شیراز

مقدمه

اکثر ما از دوران مدرسه به یاد می‌آوریم که به ما یاد می‌دادند که بخش‌پذیری اعداد بر ۲، ۳، ۵، ۶، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱ یا ۱۲ را بررسی کنیم. در سال ۲۰۰۲، ژرمی ب. تتوم[1] (از این به بعد من) به ادوین د. چارلز[2] نوشت که آیا ایشان روشی که بتوان بخش‌پذیری بر ۷ را آزمود، سراغ دارند؟ مدت زیادی نگذشت که آقای چارلز پاسخم را همراه با روشی موفق که ابداع کرده بود، داد. مدت کوتاهی بعد، هنگامی که ایشان دچار بدمزاجی شده بودند، برای توسیع این مطلب و گسترش آن برای عدد اول مشخص داده شده، زمان زیادتری لازم داشتند. آقای چارلز در ۲۳ دسامبر ۲۰۰۳ فوت کردند. نامه‌ی ایشان به من در مورد این موضوع، آن‌قدر واضح و سازمان داده شده بود که به‌عنوان یک مقاله‌ی رسمی، آماده‌ی چاپ بود. با کمک کامپیوتر (غیر قابل دسترسی برای او) جدول وی را (که با دست برای $p = ۲۹$ و $n = ۳۲$ کامل شده بود) به $p = ۹۷$ و $n = ۱۰۰$ تعمیم دادم. با این حال، اصل این مقاله از چارلز است و وی، با کمال افتخار، نویسنده‌ی اصلی آن به‌شمار می‌آید.

بخش‌پذیری بر ۱۳، ۷، ۳۷ و ۷۳

می‌توان روشی ساده و سریع برای آزمودن بخش‌پذیری اعداد بزرگ بر ۷، ۱۳ یا ۳۷ و روشی اندکی طولانی‌تر برای ۷۳ ابداع کرد. در این بخش این روش را بدون دلیل، شرح خواهیم داد. در بخش بعدی، توضیح خواهیم داد که چگونه این روش کار می‌کند و می‌توان آن را برای بخش‌پذیری بر هر عدد اول به‌کار برد. هم‌چنین داده‌های کافی تأمین خواهیم کرد تا هر خواننده بتواند سریعاً آزمونی برای بخش‌پذیری بر اعداد اول تا $p = ۹۷$ به‌دست آورد.

عدد آزمایشی که ما در این مقاله به کار می‌بریم، عدد زیر است:

$$x = ۶۹۸۶۶۴۸۰۸۸۴۹۵۵۷۶۶۱۹۷۲۹۳۴۴۳۷۲۳۰۷۵۷۹۹۱۱$$

این عدد یک عدد انتخاب‌شده‌ی دل‌خواه نیست. اهمیت انتخاب آن را بعداً توضیح خواهیم داد.

برای آزمایش بخش‌پذیری آن بر ۷، ۱۳ یا ۳۷، عدد را در گروه‌های سه‌رقمی به صورت زیر می‌نویسیم

۶ ۹۸۶ ۶۴۸ ۰۸۸ ۴۹۵ ۵۷۶ ۶۱۹ ۷۲۹ ۳۴۴ ۳۷۲
۳۰۷ ۵۷۹ ۹۱۱

حال آن را به صورت نمادین زیر می‌نویسیم

$$a_{13}\quad c_{12}b_{12}a_{12}\quad c_{11}b_{11}a_{11}\quad c_{10}b_{10}a_{10}\quad c_9b_9a_9$$
$$c_8b_8a_8\quad c_7b_7a_7\quad c_6b_6a_6\quad c_5b_5a_5\quad c_4b_4a_4$$
$$c_3b_3a_3\quad c_2b_2a_2\quad c_1b_1a_1$$

و مجموع‌های زیر را تشکیل می‌دهیم

$$A = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9$$
$$+a_{10} + a_{11} + a_{12} + a_{13},$$
$$B = b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5 + b_6 + b_7 + b_8 + b_9$$
$$+b_{10} + b_{11} + b_{12},$$
$$C = c_1 + c_2 + c_3 + c_4 + c_5 + c_6 + c_7 + c_8 + c_9$$
$$+c_{10} + c_{11} + c_{12},$$
$$A' = a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + a_5 - a_6 + a_7 - a_8 + a_9$$
$$-a_{10} + a_{11} - a_{12} + a_{13},$$
$$B = b_1 - b_2 + b_3 - b_4 + b_5 - b_6 + b_7 - b_8 + b_9$$
$$+c_{10} + c_{11} + c_{12}$$
$$C = c_1 - c_2 + c_3 - c_4 + c_5 - c_6 + c_7 - c_8 + c_9$$
$$-c_{10} + c_{11} - c_{12}.$$

برای عدد xها، این مجموع‌ها دارای مقادیر زیر هستند

$$A = 80,\ B = 58,\ C = 60,\ A' = 0, B' = -20,\ C' = 2$$

حال ادعا می‌کنیم که

● x بر ۷ بخش‌پذیر است اگر و فقط اگر $r = A' + 3B' + 2C'$ بر ۷ بخش‌پذیر باشد.

● x بر ۱۳ بخش‌پذیر است اگر و فقط اگر $r = A' - 3B' - 4C'$ بر ۱۳ بخش‌پذیر باشد.

● x بر ۳۷ بخش‌پذیر است اگر و فقط اگر $r = A + 10B - 11C$ بر ۳۷ بخش‌پذیر باشد.

برای عدد x، عدد r در عبارات بالا به‌ترتیب دارای مقادیر ۵۶-، ۵۲ و ۰ می‌باشد. از آن‌جا که این سه عدد به‌ترتیب بر ۷ و ۱۳ و ۳۷ بخش‌پذیر هستند، عدد x نیز بر ۷ و ۱۳ و ۳۷ بخش‌پذیر می‌باشد. اگر شخصی بر بخش‌پذیر بودن ۵۲ بر ۱۳ شک دارد، می‌تواند آزمون را مجدداً به‌کار گیرد. بنابراین برای عدد ۵۲، $r = A' - 3B' - 4C'$ برابر با ۱۳- است. بنابراین ۵۲ بر ۱۳ بخش‌پذیر است.

برای آزمودن بخش‌پذیری بر ۷۳، عدد x را به‌صورت گروه‌های چهارتایی با نمادهای $d_1c_1b_1a_1$ و $d_2c_2b_2a_2$ و... می‌نویسیم

۶ ۹۸۶۶ ۴۸۰۸ ۸۴۹۵ ۶۷۶۶ ۱۹۷۲ ۹۳۴۴
۳۷۲۳ ۰۷۵۷ ۹۹۱۱

ما به حاصل جمع‌های A' و B' و C' و $D' = d_1 - d_2 + d_3 - \cdots$ نیاز داریم. برای عدد x که در گروه‌های چهاررقمی نوشته شده است، داریم

$$A' = -14,\ B' = -10,\ C' = 12,\ D' = 12$$

حال ادعا می‌کنیم که

● x بر ۷۳ بخش‌پذیر است اگر و فقط اگر $r = A' + 10B' + 27C' - 22D'$ بر ۷۳ بخش‌پذیر باشد.

در این حالت می‌بینیم که $r = -14 + 100 + 324 - 264 = 146$. اگر شخص مطمئن نیست که ۱۴۶ بر ۷۳ بخش‌پذیر باشد، می‌تواند مجدداً ۱۴۶ را با همین آزمون، بررسی کند، که در این صورت $r = 6 + 40 + 27 = 73$. بنابراین ۱۴۶ و درنتیجه x، هر دو بر ۷۳ بخش‌پذیر هستند.

بخش‌پذیری بر هر عدد اول

اساس آزمون‌هایی که در بالا آن‌ها را توصیف کردیم، چنین است:

فرض کنید x عددی صحیح با $n+1$ رقم به‌صورت $x = a_na_{n-1}a_{n-2}\cdots a_2a_1a_0$ و p عددی اول باشد. بگیرید

$$r = (10^0 \bmod p)a_0 + (10^1 \bmod p)a_1 + (10^2 \bmod p)a_2 + \cdots$$
$$+(10^{n-1} \bmod p)a_{n-1} + (10^n \bmod p)a_n$$

در این صورت r بر p بخش‌پذیر باشد، اگر و فقط اگر x بر

n \ P	۷	۱۱	۱۳	۱۷	۱۹	۲۳	۲۹	۳۱	۳۷	۴۱	۴۳	۴۷	۵۳	۵۹	۶۱	۶۷	۷۱	۷۳	۷۹	۸۳	۸۹	۹۷
۰	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۱	۳	-۱	-۳	-۷	-۹	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰
۲	۲	۱	-۴	-۲	۵	۸	۱۳	۷	-۱۱	۱۸	۱۴	۶	-۶	-۱۸	-۲۲	۳۳	۲۹	۲۷	۲۱	۱۷	۱۱	۳
۳	-۱	-۱	-۱	-۳	۷	۱۱	۱۴	۸	۱	۱۶	۱۱	۱۳	-۷	-۳	۲۴	-۵	۶	-۲۲	-۲۷	۴	۲۱	۳۰
۴	-۳	۱	۳	۴	۶	-۵	-۵	-۱۳	۱۰	-۴	-۱۹	-۱۱	-۱۷	۲۹	-۴	۱۷	-۱۱	-۱	-۳۳	۴۰	۳۲	۹
۵	-۲	-۱	۴	۶	۳	-۴	۸	-۶	-۱۱	۱	-۱۸	-۱۶	-۱۱	-۵	-۲۱	-۳۱	۳۲	-۱۰	-۱۴	-۱۵	-۳۶	-۷
۶	۱	۱	۱	-۸	-۸	۶	-۷	۲	۱	۱۰	-۸	-۱۹	-۴	۹	۲۷	۲۵	-۳۵	-۲۷	۱۸	۱۶	-۴	۲۷
۷	۳	-۱	-۳	۵	-۴	-۹	-۱۲	-۱۱	۱۰	۱۸	۶	-۲	۱۳	-۲۸	۲۶	-۱۸	۵	۲۲	۲۲	-۶	-۴۰	-۲۱
۸	۲	۱	-۱	-۱	-۲	۲	-۴	۱۴	-۱۱	۱۶	۱۷	-۲۰	۲۴	-۱۵	۱۶	۲۱	-۲۱	۱	-۱۷	۲۳	-۴۴	-۱۶
۹	-۱	-۱	-۱	۷	-۱	-۳	-۱۱	-۱۵	۱	-۱	-۲	-۱۲	-۲۵	-۲۷	-۲۳	۹	۳	۱۰	-۱۲	-۱۹	۵	۳۴
۱۰	-۳	۱	۳	۲	۹	-۷	۶	۵	۱۰	۱	-۲۰	۲۱	۱۵	۲۵	۱۴	۲۳	۳۰	۲۷	۳۸	-۲۴	-۳۹	-۴۸
۱۱	-۲	-۱	۴	۳	-۵	-۱	۲	-۱۲	-۱۱	۱۰	۱۵	۲۲	-۹	۱۴	۱۸	۲۹	۱۶	-۲۲	-۱۵	۹	-۳۴	۵
۱۲	۱	۱	۱	-۴	۷	-۱۰	-۹	۴	۱	۱۸	۲۱	-۱۵	۱۶	۲۲	-۳	۲۲	۱۸	-۱	۸	۷	۱۶	-۴۷
۱۳	۳	-۱	-۳	-۶	-۶	-۸	-۳	۹	۱۰	۱۶	-۵	-۹	۱	-۱۶	-۳۰	۱۹	-۳۳	-۱۰	۱	-۱۳	-۱۸	-۱۵
۱۴	۲	۱	-۴	۸	-۳	-۱۱	-۱	-۳	-۱۱	-۴	-۷	۴	۱۰	۱۷	۵	-۱۱	۲۵	-۲۷	۱۰	۳۶	-۲	-۴۴
۱۵	-۱	-۱	-۱	-۵	۸	۵	-۱۰	۱	۱	۱	۱۶	-۷	-۶	-۷	-۱۱	۲۴	-۳۴	۲۲	۲۱	۲۸	-۲۰	۴۵
۱۶	-۳	۱	۳	۱	۴	۴	-۱۳	۱۰	۱۰	۱۰	-۱۲	-۲۳	-۷	-۱۱	۱۲	-۲۸	۱۵	۱	-۲۷	۳۱	-۲۲	-۳۵
۱۷	-۲	-۱	۴	-۷	۲	-۶	-۱۴	۷	-۱۱	۱۸	۹	۵	-۱۷	۸	-۲	-۱۲	۸	۱۰	-۳۳	-۲۲	-۴۲	۳۸
۱۸	۱	۱	۱	-۲	۱	۹	۵	۸	۱	۱۶	۴	۳	-۱۱	۲۱	-۲۰	۱۴	۹	۲۷	-۱۴	۲۹	۲۵	-۸
۱۹	۳	-۱	-۳	-۳	-۹	-۲	-۸	-۱۳	۱۰	-۴	-۳	-۱۷	-۴	-۲۶	-۱۷	۶	۱۹	-۲۲	۱۸	۴۱	-۱۷	۱۷
۲۰	۲	۱	-۴	۴	۵	۳	۷	-۶	-۱۱	۱	۱۳	۱۸	۱۳	-۲۴	۱۳	-۷	-۲۳	-۱	۲۲	-۵	۸	-۲۴
۲۱	-۱	-۱	-۱	۶	-۷	۷	۱۲	۲	۱	۱۰	۱	-۸	۲۴	-۴	۸	-۳	-۱۷	-۱۰	-۱۷	۳۳	-۹	-۴۶
۲۲	-۳	۱	۳	-۸	۶	۱	۴	-۱۱	۱۰	۱۸	۱۰	۱۴	-۲۵	۱۹	۱۹	-۳۰	-۲۸	-۲۷	-۱۲	-۲	-۱	۲۵
۲۳	-۲	-۱	۴	۵	۳	۱۰	۱۱	۱۴	-۱۱	۱۶	۱۴	-۱	۱۵	۱۳	۷	-۳۲	۴	۲۲	۳۸	-۲۰	-۱۰	-۴۱
۲۴	۱	۱	۱	-۱	-۸	۸	-۶	-۱۵	۱	-۴	۱۱	-۱۰	-۹	۱۲	۹	۱۵	-۳۱	۱	-۱۵	-۳۴	-۱۱	-۲۲
۲۵	۳	-۱	-۳	۷	-۴	۱۱	-۲	۵	۱۰	۱	-۱۹	-۶	۱۶	۲	۲۹	۱۶	-۲۶	۱۰	۸	-۸	-۲۱	-۲۶
۲۶													۱	۲۰	-۱۵	۲۶	۲۴	۲۷	۱	۳	-۳۲	۳۱
۲۷													۱۰	۲۳	-۲۸	-۸	۲۷	-۲۲	۱۰	۳۰	۳۶	۱۹
۲۸													-۶	-۶	۲۵	-۱۳	-۴	-۱	۲۱	-۳۲	۴	-۴
۲۹													-۷	-۱	۶	۴	۲	-۱۰	-۲۷	۱۲	۴۰	-۴۰
۳۰													-۱۷	-۱۰	-۱	-۲۷	۲۰	-۲۷	-۳۳	۳۷	۴۴	-۱۲
۳۱													-۱۱	۱۸	-۱۰	-۲	-۱۳	۲۲	-۱۴	۳۸	-۵	-۲۳
۳۲													-۴	۳	۲۲	-۲۰	۱۲	۱	۱۸	-۳۵	۳۹	-۳۶
۳۳													۱۳	-۲۹	-۲۴	۱	-۲۲	۱۰	۲۲	-۱۸	۳۴	۲۸
۳۴													۲۴	۵	۴	۱۰	-۷	۲۷	-۱۷	-۱۴	-۱۶	-۱۱
۳۵													-۲۵	-۹	-۲۱	۳۳	۱	-۲۲	-۱۲	۲۶	۱۸	-۱۳

p بخش‌پذیر باشد.

برای بررسی درستی این مطلب، فکر کنید که چگونه عددی مانند ۳۲۵۶۶۰۷ را مثلاً بر ۷ تقسیم می‌کنیم. مسلماً شخص با خودش مِن‌مِن می‌کند: «۳۲ بر ۷ می‌شود ۴ و باقی‌مانده، ۴ است؛ ۴۵ بر ۷ می‌شود ۶ و باقی‌مانده، ۳ است؛ ۳۶ بر ۷ می‌شود ۵ و باقی‌مانده، ۱ است.»

برای این‌که آزمون مفید باشد، به جدولی از $10^n \bmod p$ ها نیاز داریم و ما آن را برای اعداد اول از ۷ تا ۹۷ تهیه کرده‌ایم. تعمیم این جدول به مقادیر به اندازه‌ی کافی بزرگ n که شما مدنظر دارید، کار آسانی است. به‌عنوان مثال، جواب

۳۶													۱۵	۲۸	-۲۷	-۵	۱۰	-۱	۳۸	۱۱	۲	-۳۳
۳۷													-۹	-۱۵	-۲۶	۱۷	۲۹	-۱۰	-۱۵	۲۷	۲۰	-۳۹
۳۸													۱۶	۲۷	-۱۶	-۳۱	۶	-۲۷	۸	۲۱	۲۲	-۲
۳۹													۱	-۲۵	۲۳	۲۵	-۱۱	۲۲	۱	-۳۹	۴۲	-۲۰
۴۰													۱۰	-۱۴	-۱۴	-۱۸	۳۲	۱	۱۰	۲۵	-۲۵	-۶
۴۱													-۶	-۲۲	-۱۸	۲۱	-۳۵	۱۰	۲۱	۱	۱۷	۳۷
۴۲													-۷	۱۶	۳	۹	۵	۲۷	-۲۷	۱۰	-۸	-۱۸
۴۳													-۱۷	-۱۷	۳۰	۲۳	-۲۱	-۲۲	-۳۳	۱۷	۹	۱۴
۴۴													-۱۱	۷	-۵	۲۹	۳	-۱	-۱۴	۴	۱	۴۳
۴۵													-۴	۱۱	۱۱	۲۲	۳۰	-۱۰	۱۸	۴۰	۱۰	۴۲
۴۶													۱۳	-۸	-۱۲	۱۹	۱۶	-۲۷	۲۲	-۱۵	۱۱	۳۲
۴۷													۲۴	-۲۱	۲	-۱۱	۱۸	۲۲	-۱۷	۱۶	۲۱	۲۹
۴۸													-۲۵	۲۶	۲۰	۲۴	-۳۳	۱	-۱۲	-۶	۳۲	-۱
۴۹													۱۵	۲۴	۱۷	-۲۸	۲۵	۱۰	۳۸	۲۳	-۳۶	-۱۰
۵۰													-۹	۴	-۱۳	-۱۲	-۳۴	۲۷	-۱۵	-۱۹	-۴	-۳

$10^{100} \bmod 97$ که ۹ است، راحت پیدا خواهد شد. و این بدان معنی است که اگر 10^{100} را بر ۹۷ تقسیم کنیم، باقی مانده ۹ خواهد بود. برای توسیع جدول، توجه داشته باشید که هرگاه در هر ستون جدول از بالا به پایین نگاه کنیم، الگوهای اعداد داخل جدول خودشان با تغییر علامت یا بدون تغییر علامت، بعد از هر گردش، تکرار خواهند شد. به‌علاوه، برای عدد اول داده شده، دوره‌ی گردش مورد بحث، هرگز از $p-1$ بیش‌تر نیست و در بسیاری از حالات، نسبتی از $p-1$ است.

هرچه دوره‌ی تکرار کوتاه‌تر باشد، بررسی بخش‌پذیری آسان‌تر است. به‌منظور بررسی بخش‌پذیری x مثلاً بر ۴۷، مجبور خواهیم بود که اعداد را به صورت گروه‌های ۲۳ رقمی نوشته و جمع‌های متناوب $A', B', \ldots, V', W'$ را تشکیل دهیم، از آنجا که دوره‌ی تکرار، در علامت، متناوب است ما از مجموع متناوب استفاده می‌کنیم. سپس مقدار $r = A' - 10B' + 6C' + 13D' - 11E' - \cdots + 14W'$ را محاسبه کرده و نتیجه می‌گیریم x بر ۴۷ بخش‌پذیر است اگر و فقط اگر r بر ۴۷ بخش‌پذیر باشد.

ممکن است این سؤال به ذهن برسد که آیا اعمال آزمون فوق برای بررسی بخش‌پذیری بر ۴۷ واقعاً راحت‌تر و سریع‌تر از روش تقسیم است؟! از آن‌جا که آزمون‌ها به ما خارج قسمت را نمی‌دهد، سریع بودن روش را می‌توان به عواملی نسبت داد که مهم‌ترین آن‌ها طول دوره‌ی تکرار می‌باشد. طول دوره‌ی تکرار برای $p = 3$ جالب است؛ و آن، فقط یک است. از آن‌جا که اکثر ما جدول مضارب ۷ را حفظ هستیم، شاید تقسیم‌کردن بر ۷ راحت‌تر باشد. دوره‌ی تکرار برای $p = 41$ طولانی‌تر بوده و برابر پنج است، بنابراین اعمال آزمون فوق کمی مشکل‌تر خواهد بود. در این حالت تقسیم بر ۴۱ راحت‌تر است مگر این‌که جدول مضارب ۴۱ را از بر باشیم. اما برای $p = 97$ چه؟ آزمون در این حالت خیلی طولانی است و باید چندین مرتبه آزمون را دقیقاً به کار برد. اما آیا شما می‌توانید 10^{100} را بر ۹۷ تقسیم کنید؟ به گمان ما تنها روش برای تشخیص بخش‌پذیری، اعمال دو روش است که داشتن وقت هم در انتخاب یکی از آن دو، نقش دارد.

و آخرین بحث این‌که، عدد ۳۷ رقمی که در این مقاله انتخاب کردیم تا با آن روش‌هایمان را شرح دهیم، حاصل ضرب تمام اعداد اول از ۷ تا ۹۷ بود و مسلماً در یک ماشین حساب معمولی ۱۰ رقمی نمی‌توان آن را نوشت. این‌که ما چگونه این اعمال را انجام دادیم، بهتر است کمی مخفی بماند!

این مقاله ترجمه‌ی مقاله‌ی Divisbility by Prime Numbers در مجله‌ی in the sky می‌باشد.

زیرنویس‌ها

۱. ژرمی ب. تتوم (Jeremy B. Tatum) استاد نجوم در دانشگاه ویکتوریا بود. در طول مدت تحقیقش، چندین ستاره‌ی جدید کشف کرد.

۲. ادوین چارلز (Edwin D. Charles) (۲۰۰۰–۱۹۱۰) مهندس ارشد طراحی الکترونیک در یک هیأت بازرگانی الکترونیکی در جنوب شرقی انگلستان بود، که در سن ۹۱ سالگی، بر روی این پروژه‌ی اعداد اول کار کرد.