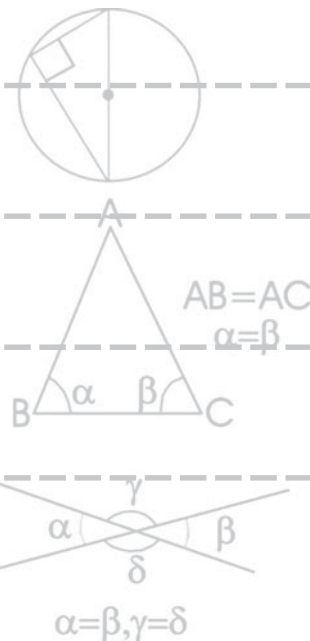




مقایسه‌ی آموزش قضیه‌ی تالس

در کتاب‌های درسی ریاضی

ایران و فرانسه

مهشید ترابی

کارشناس ارشد ریاضی و دبیر ریاضی شهرستان دامغان

ذیصلاح، معلمان براساس سلیقه‌ی تدریس خود و سطح دانش آموزان، یک کتاب را انتخاب و تدریس می‌کنند. کتاب‌های بررسی شده در این تحقیق، کتب ریاضی سال سوم راهنمایی و هندسه‌ی دوم و سوم دبیرستان در ایران و کتب ریاضی سال سوم و چهارم راهنمایی و اول و دوم دبیرستان در فرانسه بود که بررسی، فقط روی قسمت‌هایی از کتاب‌ها که شامل قضیه‌ی تالس بودند، صورت گرفت.

الف) تاریخچه‌ی قضیه‌ی تالس

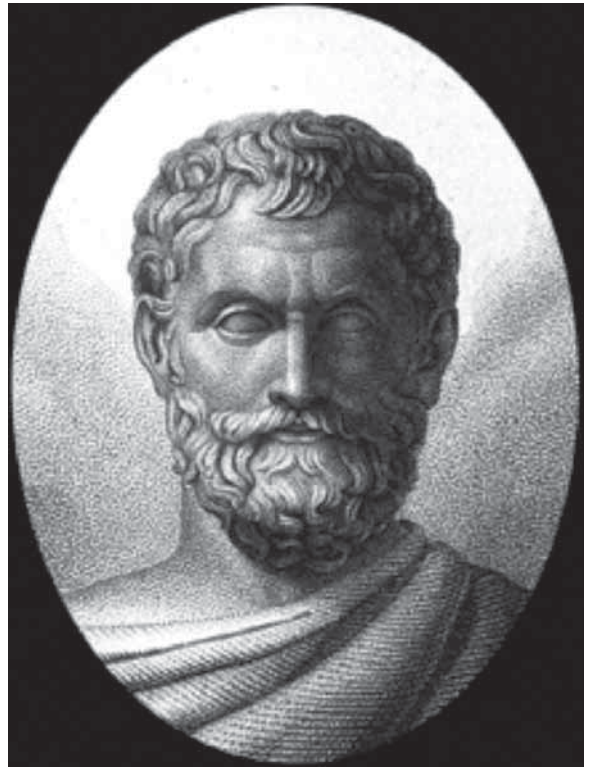
تالس، فردی یونانی بود که ۶۰۰ سال قبل از میلاد مسیح زندگی می‌کرد. وی، فیلسوف و دانشمند و ریاضی‌دان بود و به‌عنوان پدر علم هندسه‌ی استدلالی شناخته می‌شود. سی صد سال پیش از اقلیدس، بابلیان و مصریان قضیه‌ای که امروزه به قضیه‌ی تالس شهرت دارد را می‌شناختند. بابلیان از قضیه‌ی تالس برای اندازه‌گیری طول‌های غیرقابل دسترس، مثل ارتفاع یک هرم یا عمق یک چاه استفاده می‌کردند. البته، بعضی‌ها معتقدند که تالس، مخترع قضیه‌ی تالس نبوده بلکه اطلاعاتی را جمع به روابط بین زاویه‌ها در یک مثلث به دست آورده بود.

ب) واژه‌ی هندسه و انواع مختلف هندسه

واژه‌ی هندسه^۱ نشأت گرفته از زبان یونانی و مرکب از دو جزء زمین^۲ و اندازه‌گیری^۳ می‌باشد. یونانی‌ها به مرور علم هندسه را که نخست برای اندازه‌گیری روی زمین استفاده می‌شد، به اندازه‌گیری مساحت و سپس حجم اجسام فضایی تعمیم

از آنجا که تدریس ریاضی، به ویژه هندسه، با مشکلات فراوانی روبه‌رو است، به آموزش قضیه‌ی تالس به عنوان بخشی از هندسه در کتاب‌های درسی ریاضی در ایران و فرانسه پرداختیم. یکی از انگیزه‌های ما برای این تحقیق این بود که اعتقاد داشتیم دانستن قضیه‌ی تالس و کاربردهای آن، برای حل مسایل زندگی روزمره مفید است. در کل می‌توان گفت هندسه شامل مطالعه‌ی شکل‌ها و خواص آن‌ها می‌باشد. برای بسیاری از دانش آموزان، کلاس هندسه تنها دنباله‌ای از قضایا برای حفظ کردن است و مسایل هندسه، به عنوان معماهایی حل نشدنی که با روحیه‌ی دانش آموزان سازگار نیستند، نمود پیدا می‌کنند. برای انجام این مقایسه، خود را محدود به تحلیل کتاب‌های درسی دو کشور ایران و فرانسه در دوره‌هایی که این قضیه تدریس می‌شود نمودیم و پاسخ‌های دانش آموزان به تعدادی از سؤالات در مورد این قضیه و عکس قضیه را تجزیه و تحلیل کردیم. در ابتدای این نوشته، شرح مختصری از نظام آموزشی فرانسه را می‌آوریم.

نظام آموزشی فرانسه شامل ۵ سال دوره‌ی ابتدایی، ۴ سال دوره‌ی راهنمایی و ۳ سال دوره‌ی متوسطه است. برخلاف ایران که برای هر درس فقط یک کتاب درسی توسط دفتری زیرنظر آموزش و پرورش تألیف می‌شود (نظام متمرکز)، در فرانسه، نظام تألیف بیش‌تر شبیه به دانشگاه‌های ایران، یعنی غیرمتمرکز است. یعنی پس از مشخص شدن سرفصل‌ها از طرف وزارت آموزش و پرورش، مؤلفین مختلف براساس آن، کتاب‌های مختلفی تألیف می‌کنند و پس از تأیید آن‌ها توسط سازمان‌های



هم چنین، در بسیاری از مواقع، به کمک یک شکل می توان ایده ی اصلی برای یک اثبات استدلالی پیچیده را به دست آورد. در دوره های مختلف تحصیلی به موارد متفاوتی از درک یک شکل برمی خوریم:

مثلاً در یک دوره مشاهده می شود که با یک نگاه به شکل، دانش آموز می تواند سریعاً به راه حل مسأله پی ببرد. ولی در دوره ای دیگر، دانش آموز توانایی این کار را ندارد، زیرا ممکن است توجه خود را معطوف به قسمتی از شکل کند که نیازی به آن توجه نیست، یعنی برای حل مسأله کاربردی ندارد. گاهی عوامل زیادی که در شکل مشاهده می گردد باعث اشتباه دانش آموز می شود. بنابراین، می توان گفت که روش های زیادی برای نگاه کردن یک شکل وجود دارد که انتخاب یکی، باعث رد دیگری می شود. پس همواره نگاه اولیه به یک شکل، از اهمیت زیادی برخوردار است اما نباید خود را محدود به نگاه اولیه و فوری کنیم. در واقع، به دلیل فاصله ای که بین دیدگاه معلم و دیدگاه دانش آموز در مورد یک شکل وجود دارد، می توان بیان کرد که درک های متفاوتی از یک شکل می تواند وجود داشته باشد.

(ت) انواع درک و تصور از یک شکل هندسی — — — — —

طبق نظر ریمنوند دوو^۵، در هندسه چهار نوع درک متفاوت از یک شکل می تواند وجود داشته باشد که عبارتند از:

(۱) درک مشاهده ای و سریع^۶؛

(۲) درک عقلانی^۷؛

(۳) درک پی در پی (متوالی)^۸؛

(۴) درک عمل کننده^۹.

که در زیر، مروری اجمالی بر هریک داریم.

(۱) درک مشاهده ای و سریع؛ یعنی پی بردن به شیء مورد نظر در صفحه یا در فضا با اولین نگاه چشم و به صورت خود به خودی و ناخودآگاه که این شناسایی، پایدار می ماند؛ درک کلی که فقط از ملاحظه و مشاهده نشأت می گیرد.

(۲) درک عقلانی؛ زمانی از یک شکل درکی عقلانی داریم که به همراه یک نشانه گذاری، یک تصور یا یک فرضیه که با آن، یک سری خواص در ذهن یادآوری می شود، به شکل نگاه کنیم. در واقع، هرگز نمی توان گفت که این خاصیت ریاضی، روی شکل به تنهایی دیده می شود. برای مثال، ترازوی دو خط و تساوی دو پاره خط را هرگز نمی توان با نگاه چشم ارزیابی کرد یا با اندازه گیری ساده به آن پی برد. (به علت وجود خطا و اشتباه

دادند. ولی از آنجا که اغلب از کاربردهای آن استفاده می کردند، دقت لازم را برای کسب فرمول های دقیق به خرج نمی دادند. به هر حال، یونانی ها با تصورات وسیعی که داشتند و با توجه به نیازهای عملی در زندگی روزمره، توسعه ی خارق العاده ای به هندسه دادند. در مفهوم جدید، هندسه، برپایه ی اندازه گیری بنا نمی شود. چرا که علاوه بر هندسه ی اقلیدسی که در آن هنوز اندازه گیری مهم است، شاخه هایی چون توپولوژی و هندسه ی آفینی نیز مطرح هستند که به مفاهیمی چون منحنی های باز یا بسته، مجموعه های محدب، خطوط موازی و نظایر آن می پردازند.

(پ) عملکردهای گوناگون یک شکل — — — — —

در مورد عملکردهای گوناگون یک شکل، افراد مختلف نظرات مختلفی دارند. از جمله در سال ۱۹۸۳، بزو^۴ در صفحه ای از کتابش نوشته است که «روی یک شکل قابل دید، می توان یک سری روابط و فرضیه هایی را از رابطه هایی که در یک بیان شفاهی شفاف نیستند، به راحتی دید.» پولیا (۱۹۶۵) نیز معتقد است که وجود یک شکل، نقش مهمی در سرعت بخشیدن به پیدا کردن راه حل مسأله و درک سریع مطلب دارد.

هدف اصلی تحقیق

هدف اصلی در این تحقیق، مقایسه‌ی آموزش قضیه‌ی تالس در کتاب‌های درسی ریاضی در ایران و فرانسه بود که این مقایسه، محدود به مباحث کلاسی، تمرین‌ها و مسایل کتاب‌ها و تفاوت دانش‌آموزان در به کارگیری این قضیه بود. در حقیقت، سه سؤال زیر، این تحقیق را هدایت کردند:

آیا در پایان سال تحصیلی، دانش‌آموز قضیه‌ی تالس و عکس آن را فهمیده است یا خیر؟ چرا گاهی اوقات، دانش‌آموزان تفاوت بین قضیه و عکس آن را درک نمی‌کنند؟ اگر در یک سؤال مطرح شده درباره‌ی قضیه‌ی تالس، متغیر را عوض کنیم - مثلاً نحوه قرار گرفتن خطوط موازی را - آیا دانش‌آموز، هنوز قادر به پاسخ‌گویی هست یا خیر؟

چارچوب‌های نظری برای تجزیه و تحلیل داده‌ها

برای تجزیه و تحلیل داده‌های این تحقیق، از چارچوب نظری گی بروسو^{۱۳} که درباره‌ی اساس و روش‌های آموزش ریاضی است و نیز، چارچوب نظری نیکولاس بالاجف^{۱۴} که مربوط به انواع مختلف استدلال است، استفاده شد.

در این چارچوب، بالاجف، استدلال را به پنج دسته‌ی زیر تقسیم کرده است:

- (۱) تجربه‌ی ساده^{۱۵}؛ یعنی اثبات یک گزاره از طریق بررسی آن توسط چند مثال مانند اندازه‌گیری یک شکل توسط خط کش؛
- (۲) تجربه‌ی اصلی^{۱۶}؛ بررسی یک شرط در یک حالت؛
- (۳) مثال خاص^{۱۷}؛ یعنی توضیح اعتبار یک دلیل یا علت، توسط یک عمل یا ایجاد تغییراتی بر روی یک شیء؛
- (۴) تجربه‌ی ذهنی^{۱۸}؛ مانند استفاده‌ی ذهنی از یک شکل یا به جواب رسیدن توسط تجربه؛
- (۵) اثبات کلامی^{۱۹}؛ که در آن، نیازی به تجربه نیست و توسط نظریه‌های صورت‌بندی شده و تعریف‌ها و خواص مشخص شده، به حل مسأله پرداخته می‌شود.

روش تحقیق

داده‌های این تحقیق از دو منبع به دست آمدند؛ یکی، پاسخ دانش‌آموزان به ۱۰ سؤال برای هر دوره و دیگری، تحلیل محتوای کتاب‌های درسی ریاضی.

با استفاده از کتاب‌های درسی ریاضی، ۱۰ سؤال برای دوره‌ی راهنمایی و ۱۰ سؤال برای دوره‌ی متوسطه در نظر گرفته

در دید). البته می‌توان خاطرنشان کرد که در تمرین‌هایی که برای حل آن‌ها از قضایا و تعاریف استفاده می‌کنیم، از این نوع درک استفاده می‌شود.

(۳) درک متوالی؛ به ترتیب ساخت شکل توجه کردن است. این ترتیب، نه تنها به خواص ریاضی که در زمان ساخت شکل به کار رفته بستگی دارد، بلکه با اجزای تکنیکی و وسایل استفاده شده در این ساخت هم مرتبط است (مثل خط کش و پرگار).

(۴) درک عمل‌کننده؛ از فراموش شده‌ترین انواع تصورات از یک شکل است که شامل درک تغییرات متفاوت ممکن بر روی یک شکل داده شده و تبدیل آن به یک شکل دیگر است.

باتوجه به انواع مختلف درک و تصور از یک شکل هندسی، می‌توان به انواع تغییراتی نیز که می‌توان روی یک شکل انجام داد، اشاره کرد:

(الف) تغییرات سلولی^{۱۰}؛ شامل تقسیم یک شکل به قطعاتی برای تولید یک شکل جدید توسط آن‌ها؛

(ب) تغییرات بصری^{۱۱}؛ شامل بزرگ یا کوچک کردن یا تغییر فرم دادن یک شکل؛

(پ) تغییرات موقعیتی^{۱۲}؛ شامل جابه‌جایی شکل از یک صفحه به صفحه‌ی دیگر (مثلاً در صفحه‌ی موازی با صفحه‌ی اول)؛

به اعتقاد دوول (۱۹۹۴)، زمانی که یکی از این تغییرات منجر به ایده‌ای برای حل مسأله باشد، شکل به عنوان یک نیروی کمکی برای حل مسأله در نظر گرفته می‌شود.



شد. محتوای سؤال‌های طرح شده برای دوره‌ی راهنمایی و دبیرستان یکی بود و فقط، در شکل‌ها تغییراتی داده شده بود که از آن، به عنوان یک متغیر آموزشی استفاده شد. مثلاً در سؤال‌های دوره‌ی راهنمایی، استفاده از قضیه‌ی تالس و عکس آن برای حل مسأله، قید شده بود ولی برای سؤال‌های دوره‌ی متوسطه، تشخیص استفاده از قضیه‌ی تالس برای حل مسأله به عهده‌ی دانش‌آموز بود و انتظار می‌رفت که وی، با استفاده از شکل و فرض مسأله، به استفاده از قضیه‌ی تالس برای حل مسأله پی برد و این مورد، به عنوان دومین متغیر آموزشی در نظر گرفته شد. سؤال‌ها بین ۵۰ دانش‌آموز دوره‌ی راهنمایی و ۵۰ دانش‌آموز دوره‌ی متوسطه توزیع شد. در فرانسه، دانش‌آموزان از کلاس‌های مختلف از پایه‌ی چهارم راهنمایی و سال اول دبیرستان و در ایران، از پایه‌ی سوم راهنمایی و پایه‌ی دوم دبیرستان به سؤال‌ها پاسخ دادند. زمان در نظر گرفته شده برای پاسخگویی به هر سؤال، ۱۰ دقیقه بود.

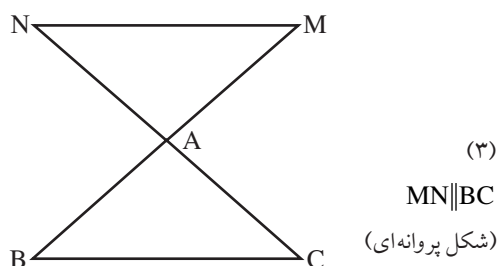
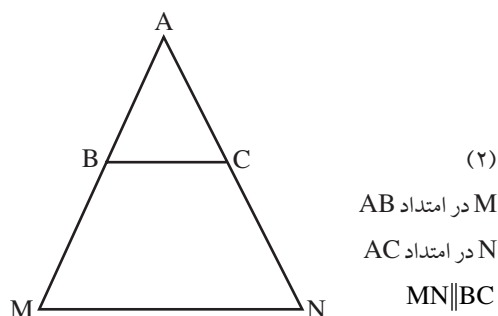
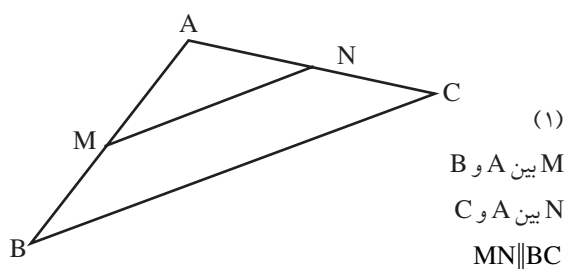
بخشی از نتایج تحلیل محتوای کتاب‌های درسی ریاضی ایران و فرانسه

در این تحقیق، کتاب‌های درسی ذکرشده، مورد مطالعه‌ی کامل قرار گرفت و تشابه‌ها و تفاوت‌ها بین کتاب‌های درسی ریاضی دو کشور شناسایی شدند که خصوصاً، تنوع زیادی در کتاب‌های فرانسوی دیده شد. لازم به ذکر است که تجزیه و تحلیل کتاب‌ها براساس مقایسه‌ی سن دانش‌آموزان در دو کشور ایران و فرانسه و بُعدهای مختلفی از جمله فعالیت‌ها، درس، تمرین‌های کتاب، تمرین‌های حل‌شده‌ی کتاب، کار در کلاس و... صورت گرفت و در این زمینه، نتایجی حاصل شد که اشاره‌ی کوتاهی به چند نکته‌ی مهم از آن خواهیم داشت.

(۱) در کتاب‌های درسی ریاضی فرانسه قبل از هر درس، به یک سری تمرین یا شکل‌هایی برمی‌خوریم که دانش‌آموز قبل از آموزش گرفتن، به حل آن‌ها پرداخته و به موضوع درس، خود به تنهایی پی می‌برد که به این نوع تمرین‌ها یا شکل‌ها، فعالیت گفته می‌شود. اما در کتاب‌های ایران، اگر هم به ندرت چنین چیزی وجود داشته باشد، توجه چندانی به آن نمی‌شود.

(۲) در کتاب‌های درسی ریاضی ایران، برخلاف فرانسه، اثبات قضیه‌ی تالس دیده می‌شود. (لازم به ذکر است که تقریباً ۲۰ سال قبل، اثبات قضیه‌ی تالس در کتاب‌های درسی فرانسه وجود داشته است.)

(۳) نحوه‌ی ارایه‌ی شکل در قضیه‌ی تالس در کتاب‌های فرانسوی کامل‌تر از ایران است. مثلاً در کتاب‌های درسی فرانسه، به سه صورت زیر قضیه‌ی تالس بیان شده است. حال آن که در کتاب‌های درسی ایران، فقط به صورت شکل شماره ۱ دیده می‌شود. البته در ایران، در تمرین‌ها و آزمون‌ها از شکل‌های شماره‌ی ۲ و ۳ هم استفاده شده است که به نوعی، موجب اشتباه دانش‌آموزان می‌شود. (شکل ۱ و ۲ و ۳)



(۴) در کتاب‌های درسی فرانسه، از تجانس و بازتاب به عنوان فرزندان قضیه‌ی تالس یاد می‌شود، ولی در کتاب‌های درسی ایران، فقط تجانس را می‌بینیم و دانش‌آموزان ارتباط آن را با قضیه‌ی تالس درک نمی‌کنند.

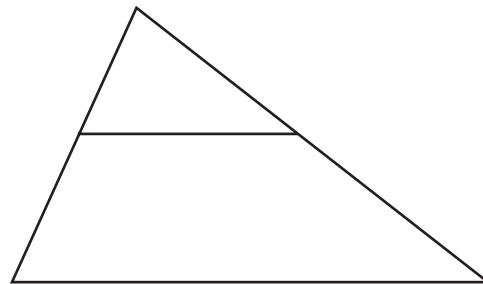
(۵) در مورد تمرین های کتاب باید گفت کتاب های فرانسه از نظر تمرین، غنی تر است. مثلاً ۷۰ یا ۸۰ نوع تمرین در مورد هر موضوع یافت می شود.

(۶) در فرانسه، تمرین های حل شده در کتاب، غنی تر از ایران است و هریک از این تمرین ها نشان دهنده ی روشی برای یادگیری درس یا برای حل تمرین های دیگر می باشد.

(۷) در ایران، در تمام تمرین های کتاب، نسبت بین طول ها عددی گویا است ولی در فرانسه این نسبت، یک عدد حقیقی است.

لازم به توضیح است که در تحلیل محتوای تمرین ها، از دسته بندی ناتالی پف^{۲۰} استفاده شد که در آن، تمرین ها به سه دسته تقسیم شده اند:

(الف) نوع محاسباتی^{۲۱}، مثلاً محاسبه ی طول یک پاره خط در شکلی مشابه شکل زیر؛



(ب) نوع استدلالی^{۲۲}، مثلاً اثبات توازی دو خط؛

(پ) نوع ساختنی^{۲۳}، مثلاً تقسیم یک پاره خط به چند پاره خط مساوی یا با نسبت های معلوم.

بخشی از نتایج حاصل از تجزیه و تحلیل پاسخ های دانش آموزان

با استفاده از چارچوب نظری نیکولاس بالاجف در مورد انواع استدلال، و چارچوب ریموند دوول در مورد درک شکل ها، پاسخ های دانش آموزان به سؤال های پیشنهادی، تجزیه و تحلیل شدند. در این تجزیه و تحلیل، از سؤال هایی مانند سؤال های زیر، استفاده شد:

(۱) آیا دانش آموزان با نگاه به شکل جواب می دهند؟

(۲) اگر دانش آموزان از قضیه ی تالس و عکس آن استفاده

کرده اند، آیا آن را فهمیده اند؟

(۳) اگر دانش آموزان از قضیه ی تالس و عکس آن استفاده

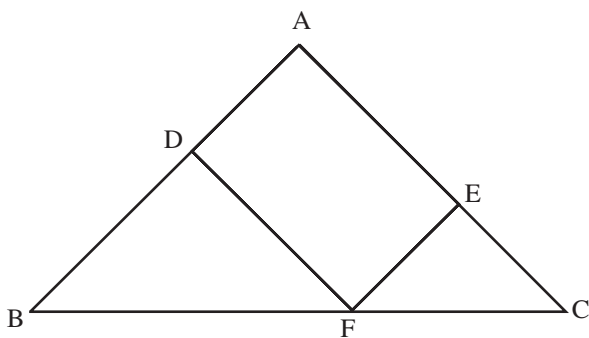
کرده اند، آیا از آن خوب استفاده کرده اند؟

(۴) آیا می توانند خواصی را که استفاده می کنند، خوب بیان کنند؟ (مثلاً تعریف متوازی الاضلاع).

(۵) آیا روح مسأله را فهمیده اند؟

برای روشن شدن مطلب، تجزیه و تحلیل پاسخ یکی از دانش آموزان دوره ی دبیرستان در فرانسه، ارایه می شود. سؤال مورد نظر به قرار زیر بود:

سؤال: در شکل زیر، $CE = \frac{2}{5}CA$ و $AD = \frac{2}{3}BD$ و $EF \parallel AB$. ثابت کنید $DF \parallel AC$.



پاسخ دانش آموز: می توانیم بگوییم که AEFD یک مستطیل است، زیرا اضلاع روبه رویش دو به دو مساویند. پس $AE \parallel DF$ و $E \in [AC]$ و $D \in [AB]$. برطبق قضیه ی تالس $\frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$. چون ACDF یک دوزنقه است، اضلاع روبه رویش موازیند، پس $DF \parallel AC$.

در تحلیل این پاسخ، می توان گفت که این دانش آموز، سه چیز مختلف را هم زمان بیان کرده است. از مستطیل AEFD صحبت کرده، ولی از آن استفاده ای نکرده است. از قضیه ی تالس استفاده کرده، ولی خطوط موازی مناسبی را انتخاب نکرده است. از دوزنقه ADFC نام برده، ولی خاصیت دوزنقه را درست بیان نکرده است. بنابراین، می توان نتیجه گرفت که این دانش آموز، باتوجه به شکل، پاسخ داده اما روح مسأله را نفهمیده و در واقع، یک درک سریع از شکل دارد و از مخلوطی از استدلال های تجربه ی ساده و اثبات کلامی، استفاده کرده است. در تحقیق اصلی، تمام این تحلیل ها با کدگذاری، در جدول هایی مشخص گردیده و مقایسه شده اند.

(این مقاله، برگرفته از پایان نامه ی کارشناسی ارشد نگارنده است که علاقه مندان، می توانند با مراجعه به آن یعنی منبع [۱۴]، از جزئیات جدول ها مطلع شوند).

15. L'empirisme naïf
16. L'expérience cruciale
17. L'exemple générique
18. L'expérience mentale
19. Le calcul sur les énoncés
20. Nathalie Pfaff
21. Type calcul
22. Type démonstration
23. Type construction

منابع فرانسوی

1. Gilbert ARSAC, Gisèle CHAPIRON, Alain COLONNA, Gilles GERMAIN, Yves GUICHARD, Michel MANTE. Initiation au raisonnement déductif au collège-PUL (Février 1992) Chapitre 6.
2. Nicolas BALACHEF Thèse Présentée à l'université Joseph Fourier: une étude des processus de prevue en mathématique chez des élèves de collège (vol 1) (1987-1988).
3. Guy BROUSSEAU Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques in RDM, Vol 7, n2 (1986).
4. Guy BROUSSEAU Promenade avec Thalés, entre la maternelle et l'université in autour de Thaés commission Inter-IREM première cycle. Bulletin inter-IREM (1995)
5. Jean Claude DUPERRET, IREM de Reims Pour un Thalés Dynamique in Repère n 20, (Juillet 1995)
6. Raymonds DUVAL, IREM de Strasbourg Les différents fonctionnements d'une figure dans une démarche géométriques. In Repère n 17 (Octobre 1994).
7. Eric LAGUERRE Mémoire de DEA, université Paris 7, (1998-1999)
8. Nathalie PFAAFF Le role de l'analyse des taches pour un enseignant in petit in petit Xn 48 (1997-1998)
9. Les nouveaux programmes official en France et en Iran
10. Le manuel de Quatrième en France (Hachette 1998)
11. Le Manuel de Troisième en France (Hatier, avril 1999)
12. Les manuels de Seconde en France (Fractale, avril 2000 et Hatier)
13. Les manuels de Première S en France (Hachette 2001 et Terracher)
14. Thèse de DEA de didactique de mathématiques de madame Mahshid Torabi. Sous la direction de Mr. François Colmeze.

نتیجه گیری

۱) با مقایسه ی پاسخ دانش آموزان در دو کشور، نتیجه شد که دانش آموزان دوره ی راهنمایی در فرانسه، قوی تر و دانش آموزان دوره دبیرستان در ایران، قوی تر هستند.

۲) با مقایسه ی دو کشور، دانش آموزان ایرانی با تغییراتی که به شکل مسأله داده می شود، کمتر قادر به درک سؤال هستند.

۳) در هیچ مورد، اثباتی از نوع تجربه ی اصلی مشاهده نشد.

۴) پاسخ ها به نحوی نبود که بتوان از روی آن ها، به نوع استدلال مورد استفاده ی دانش آموزان پی برد.

۵) برخلاف دانش آموزان فرانسوی، دانش آموزان ایرانی عادت به توضیح دادن پاسخ، نداشتند.

۶) اکثریت دانش آموزان ایرانی، درک سریع و ناخودآگاه از شکل داشتند و این، همواره مانع تفکر دقیق آن ها می شد.

۷) اکثریت دانش آموزان در هر دو کشور، فقط قضیه را حفظ می کردند و نمی دانستند چگونه معلومات خود را برای حل مسأله به کار بندند.

۸) بعضی از دانش آموزان به چیزهایی فکر می کردند که برای حل مسأله، نیازی به آن ها نداشتند.

۹) در ایران، دانش آموزان در وضعیت قبل از آموزش قرار نمی گیرند و همیشه در وضعیت آموزش هستند و برخلاف فرانسه، تنها معلم است که در کلاس، نقش اصلی را ایفا می کند.

زیرنویس ها

* این مقاله، خلاصه ای است از پایان نامه ی نگارنده برای اخذ کارشناسی ارشد در آموزش ریاضی از دانشگاه ژوسیوی پاریس که زیر نظر دکتر فرانسوا کلمز (Dr Francois ColMeze) نگاشته شده است.

1. Géometry
2. Géo
3. Metry
4. Bessout
- (این قسمت مربوط به صفحه ی ۵۳ از کتاب بزو، با نام «هندسه» می باشد (۱۹۸۳).
5. Raymond Duval
6. Appréhension perceptive
7. L'appréhension discursive
8. Appréhension séquentielle
9. Appréhension opératoire
10. Changement méréologique
11. Changement optique
12. Changement positionnelle
13. Guy Brousseau
14. Nicolas Balacheff

