غفلت از اندازه تا چه اندازه؟!

زهرا گویا، دانشکده ی ریاضی دانشگاه شهید بهشتی
لیلا قدکساز خسروشاهی، کارشناسی ارشد آموزش ریاضی و معلم ریاضی شهرری

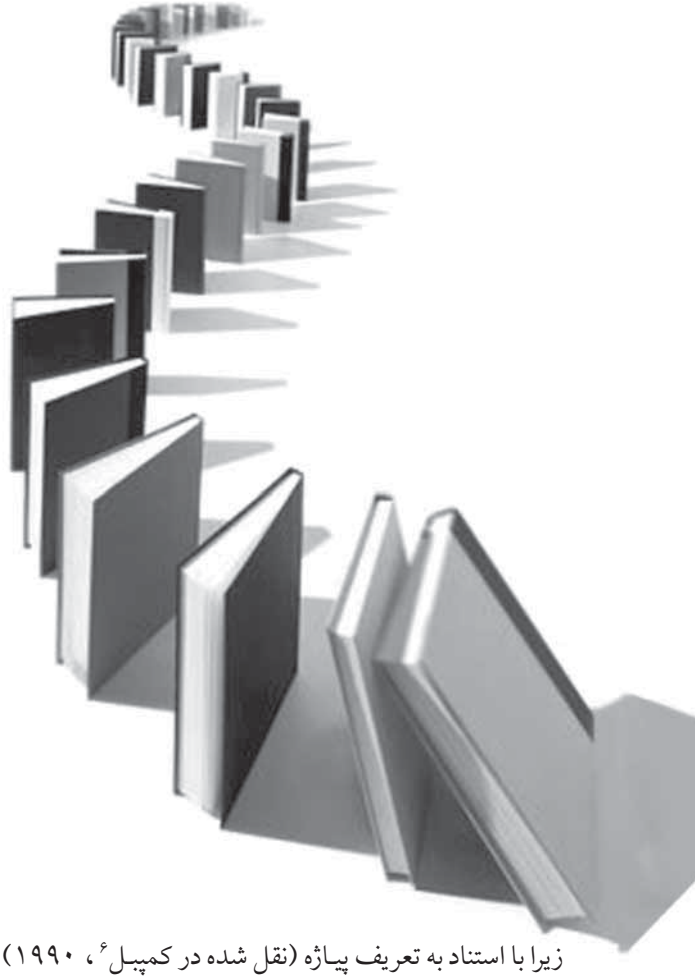
«اندازه گیری، سومین فعالیت جهانی و مهم برای توسعه ی ایده های ریاضی است و با مقایسه کردن، مرتب کردن و کمّی کردن کیفیت ها سروکار دارد که همگی، ارزشمند و مهم هستند» (بیشاپ[1]، ۱۹۹۸). در این مقاله، به طور خلاصه، به اهمیت اندازه گیری و دلایل لزوم وجود آن در برنامه ی درسی ریاضی مدرسه ای می پردازیم.

کاربرد اندازه گیری در زندگی روزمره

بیش تر اعدادی که در زندگی روزمره ی خود با آن ها مواجه می شویم، اندازه ها هستند. فاصله ی بین دو شهر، دمای محیط اطراف، گنجایش ظرف، جرم مواد خوراکی، سرعت اتومبیل، زمانی که برای رفتن از خانه به محل کار لازم است و نظایر این ها، همگی مثال هایی از «اندازه»های متنوعی هستند که روزانه با آن ها سروکار داریم.

به گفته ی بایز و دمور[2] (۲۰۰۵)، اندازه گیری، مرتب کردن جهان اطراف با استفاده از اعداد است و به وسیله ی آن، می توان جهان اطراف را بهتر کنترل کرد. شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا[3] (NCTM, 2000) نیز در استانداردهای ریاضیات مدرسه ای خود، اندازه گیری را نسبت دادن یک مقدار عددی به یک خصیصه مانند طول یک مداد، فاصله ی زمین تا ماه، جرم یک دانه ی لوبیا و مانند این ها می داند.

با این حال، اندازه گیری، محدود به کمّی کردن کیفیت های فیزیکی نمی شود. طبق اظهار بایز و دمور (۲۰۰۵)، شورای ملی معلمان ریاضی امریکا (NCTM, 2000) و فی[4] (۱۹۹۰)، از شروع قرن گذشته، اندازه گیری از پدیده های علوم طبیعی فراتر رفت و به تدریج، دانشمندان علوم اجتماعی و سیاسی، روان شناسان، اقتصاددانان، آموزشگران، آماردانان و جامعه شناسان، اندازه های متنوع و روش های اندازه گیری مختلفی را برای توصیف ویژگی های رخ دادها و موقعیت های مختلف ابداع کردند که در نتیجه، این علوم قابلیت تحقیق پذیری و امکان توسعه ی بیش تر را یافتند. برخی از این اندازه ها، آن قدر در زندگی روزمره نفوذ کرده اند که داشتن فهمی صحیح از آن ها، برای هر شهروند آگاه و مسئول، لازم است. نمره های بهره ی هوشی (IQ)، میزان آلودگی هوا، میزان فقر و نرخ سود بانکی، همگی نمونه هایی از این اندازه ها هستند. به گفته ی فی (۱۹۹۰) و شورای ملی معلمان ریاضی امریکا (NCTM, 2000)، مفاهیم و روش های اندازه گیری، یکی از مؤلفه های اصلی سواد عددی[5] و سواد شهروندی بوده و به این ترتیب، لازم است که در برنامه های رسمی آموزش عمومی ریاضی ـ از پیش دبستانی تا پایان دبیرستان ـ لحاظ شود. فی (۱۹۹۰) در توضیح این مطلب، ابراز می دارد که اندازه گیری مانند محاسبات، آن قدر در ریاضیات مدرسه ای آشنا و دارای سابقه ی طولانی است که درباره ی لزوم وجود آن، به سختی می توان شک کرد. یکی از علت های این آشنایی و سابقه ی طولانی این است که کودکان، حتی در سنین پیش از دبستان، با وجود این که چیزی راجع به واحدهای استاندارد نمی دانند، دانشی غیر رسمی از اندازه دارند.



زیرا با استناد به تعریف پیاژه (نقل شده در کمپبل[6]، ۱۹۹۰)، که اندازه گرفتن را بیرون کشیدن یک جزء به نام واحد از یک کل و سپس جابه‌جا کردن این واحد بر باقیمانده‌ی آن کل می‌داند، درمی‌یابیم که کودکان در زندگی واقعی خود، دارای تجارب اندازه‌گیری متعدد و متنوعی هستند.

در «چارچوبی برای آموزش سواد عددی به بزرگ‌سالان» نیز آمده است که چون اندازه‌گیری، معمولاً در بسیاری زمینه‌ها به‌کار می‌رود، بسیاری از یادگیرندگان، اعتماد به نفس زیادی در مهارت‌های اندازه‌گیری دارند. بنابراین بهتر است که آموزش اندازه‌گیری از نقاط قوت یادگیرندگان شروع شود و برای آن‌ها فرصت‌هایی را به منظور ایجاد ارتباط بین تدریس و موقعیت‌های زندگی روزمره ایجاد کند (باکستر[7] و همکاران، ۲۰۰۶).

مفهوم‌سازی عدد در دوران کودکی

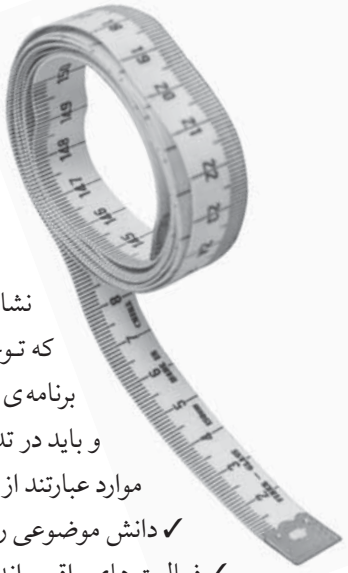
به اعتقاد کمپبل (۱۹۹۰)، علاوه بر اهمیت کاربردهایی که اندازه‌گیری در زندگی روزمره دارد، یکی دیگر از ضرورت‌های تأکید بر آموزش اندازه‌گیری در سنین کودکی، اهمیت مفهوم‌سازی عدد[8] در دوران کودکی است. زیرا مفهوم عدد، با مفهوم اندازه گره خورده است. بایز و دمور (۲۰۰۵) نیز با تأیید این جنبه از اندازه‌گیری، ایجاد بصیرت نسبت به اعداد، نسبت به جایگاه اعداد روی محور و نسبت به محیطی که اعداد در آن قرار دارند را مستلزم به‌دست آوردن بینش صحیحی از اندازه‌گیری در افراد می‌دانند. از این گذشته، آن‌ها اندازه‌گیری را برای شاخه‌های دیگر ریاضی نیز مفید می‌دانند. مثلاً دانش اندازه‌گیری باعث می‌شود کودکان، محاسبات را بهتر تخمین زده و اعداد اعشاری را بهتر درک کنند.

علاوه بر این، یکی از روش‌های آموزش مفاهیم ریاضی، استفاده از اندازه‌گیری به جای استفاده از مجموعه‌ها است؛ مثلاً به جای این که اعداد را با شمردن مقادیر گسسته آموزش دهیم، با اندازه‌های پیوسته متناظر کنیم. واگنن[9] و همکاران (۱۹۷۶)، در مطالعه‌ای مقایسه‌ای که روی دو گروه از دانش‌آموزان پایه‌ی اول ابتدایی انجام دادند، نشان دادند کودکانی که ریاضی را با رویکرد اندازه‌گیری یاد گرفتند، در مباحث استاندارد ریاضی، عملکردی مشابه با کودکانی داشتند که ریاضی را به شکل استاندارد آن یعنی با رویکرد نظریه مجموعه‌ها آموختند. این در حالی است که آموزش با رویکرد اندازه‌گیری، منجر به عملکرد بهتر کودکان در زمینه‌ی اندازه‌گیری نیز شد.

ارتباط با بخش‌های دیگر درون و بیرون از ریاضی

مطالعه‌ی اندازه‌گیری، فرصتی برای یادگیری و به‌کاربردن بخش‌های دیگر ریاضی مانند اعمال روی اعداد، کسرها، ایده‌های هندسی، مفاهیم آماری و مفهوم تابع ایجاد می‌کند. از این گذشته، اندازه‌گیری حوزه‌ای است که هم ارتباط درونی بخش‌های مختلف ریاضی و هم ارتباط بین ریاضی و حوزه‌های خارج از آن را مانند مطالعات اجتماعی، علوم، هنر و تربیت‌بدنی، به‌طور شفاف بیان می‌کند (NCTM, 2000).

با چنین بصیرتی نسبت به اندازه‌گیری، شورای ملی معلمان ریاضی امریکا (NCTM, 2000) در استانداردهای ریاضی مدرسه‌ای خود، بر لزوم آموزش اندازه‌گیری در دوره‌های ابتدایی، راهنمایی و دبیرستان تأکید کرده و ابراز داشته است که «برنامه‌های آموزشی از پیش‌دبستانی تا پایه‌ی ۱۲ باید دانش‌آموزان را قادر سازد تا ویژگی‌های اندازه‌پذیر اشیا، واحدها و سیستم‌ها و فرآیندهای اندازه‌گیری را درک کرده و روش‌ها، ابزار و فرمول‌های مناسب را برای اندازه‌گیری به‌کار برند» (ص ۴۴).



◆ چارچوبی برای آموزش اندازه‌گیری در برنامه‌ی درسی ریاضی مدرسه‌ای

بررسی پیشینه‌ی پژوهشی موضوع اندازه‌گیری در برنامه‌ی درسی نشان می‌دهد که موارد زیادی وجود دارند که توجه به آن‌ها، جزء جدانشدنی یک برنامه‌ی درسی مؤثر درباره‌ی اندازه‌گیری است و باید در تدوین برنامه، در نظر گرفته شوند. این موارد عبارتند از:

- ✓ دانش موضوعی ریاضی مربوط به اندازه‌گیری؛
- ✓ فعالیت‌های واقعی اندازه‌گیری؛
- ✓ ابزارهای رسمی اندازه‌گیری؛
- ✓ واحدهای غیراستاندارد[10]؛
- ✓ واحدهای استاندارد؛
- ✓ معیارهای مورد استناد[11] شخصی؛
- ✓ تخمین[12] زدن؛
- ✓ تکنولوژی؛
- ✓ توجه به زمینه‌های فرهنگی و نیازسنجی فرهنگی.

تمام این موارد، چارچوبی برای آموزش اندازه‌گیری ارایه می‌دهند که در این بخش، به تفکیک به هریک می‌پردازیم.

■ دانش موضوعی ریاضی مربوط به اندازه‌گیری

دانش ریاضی مربوط به اندازه‌گیری که شامل فرمول‌های محاسبه‌ی اندازه‌های مختلف از قبیل محیط، مساحت، حجم و سرعت و هم‌چنین محاسبات مربوط به تبدیل واحدهای اندازه‌گیری است، بدون شک یکی از اجزای مهم آموزش اندازه‌گیری می‌باشد، تا جایی که شاید اولین چیزهایی که با شنیدن واژه‌ی اندازه‌گیری به ذهن ما می‌رسد، همین فرمول‌ها و محاسبات باشند. در واقع، بررسی برنامه‌های درسی کشورهای مختلف نشان می‌دهد که در بسیاری از آن‌ها، موضوع اندازه‌گیری محدود به معرفی چند کمیت، ارایه‌ی فرمول‌هایی برای محاسبه‌ی محیط و مساحت و حجم برخی اشکال و احجام هندسی، معرفی واحدهای استاندارد اندازه‌گیری و روش تبدیل واحدهاست. علاوه بر این، شواهد پژوهشی و تجربیات آموزشی نشان می‌دهند که با وجود این که اندازه‌گیری یک موضوع کاربردی است، معمولاً بر روی کاغذها آموخته می‌شود و بیش‌ترین تأکید مدرسه، بر روی انجام تمرین‌های محاسباتی با استفاده از فرمول‌های اندازه‌گیری است. اما به اعتقاد فی (۱۹۹۰)، دانش‌آموزانی که با چنین رویکردی آموزش می‌بینند، فهم محدودی از مفاهیم طول، مساحت و حجم پیدا می‌کنند. آن‌ها حتی نمی‌دانند که برای حل برخی مسایل واقعی اندازه‌گیری، باید برای به‌دست آوردن محیط اقدام کنند یا مساحت را به‌دست بیاورند. فیگراس و والداج (۱۹۸۴) ابراز می‌دارند که کودکان فهم صحیحی از فرمول‌های محاسبه‌ی مساحت و حجم ندارند. در واقع، دانش‌آموزان، مساحت و حجم را به‌جای استفاده از فرمول‌هایی که تجربه‌ی آن‌ها را در گذشته دارند، با شمردن واحدهای دیداری پیدا می‌کنند، حتی اگر شمردن، کاری سخت یا پیچیده باشد (نقل شده در برگسون و همکاران، ۲۰۰۰). به گفته‌ی فی (۱۹۹۰)، تأکید بر فرمول‌ها باعث می‌شود که کودکان، از ماهیت تقریبی بودن اندازه‌های واقعی آگاه نشده و قادر به تعمیم دادن اندازه‌ها به شکل‌های نامنظم ـ مانند طول خم‌ها یا مساحت‌های نامنظم ـ که در حسابان بسیار مهم و اساسی هستند، نشوند. جورام و همکاران (۱۹۹۸) نیز دریافتند که با وجود آمادگی شناختی کودکان برای یادگیری مفاهیم اندازه‌گیری، آن‌ها مشکلات قابل توجهی در رابطه با این مفاهیم دارند.

پیشنهاد بایز و دمور (۲۰۰۵) برای برطرف کردن این مشکل، این است که به کودکان یاد بدهیم چگونه با یک اندازه‌ی مناسب، اندازه بگیرند؛ چگونه زبان ریاضی مناسب را به کار ببرند و چگونه مسایل ساده‌ی اندازه‌گیری درباره‌ی طول، محیط، مساحت، جرم، سرعت و دما را حل کنند. آن‌ها در ادامه، هدف اساسی‌تر آموزش اندازه‌گیری را، ایجاد و توسعه‌ی درک اندازه‌ای[13] در کودکان عنوان نموده و توضیح می‌دهند که با توسعه‌ی درک اندازه‌ای، کودکان از انواع موقعیت‌هایی که در آن‌ها می‌توان از اندازه‌گیری به عنوان یک رویکرد استفاده کرد، آگاهی می‌یابند؛ می‌توانند با برخی از پدیده‌هایی که در زندگی روزمره با آن‌ها مواجه می‌شوند، به‌طور کمّی برخورد کنند؛ یک زبان اندازه‌گیری مناسب را توسعه دهند؛ توانایی تمیز قایل شدن بین کمیت‌های فیزیکی مختلف و تعیین این که کدام اندازه‌گیری در کدام موقعیت مناسب است را پیدا کنند؛ و بالاخره، می‌توانند در ذهن خود، انواع مختلف اندازه‌ها را با کمیت‌های فیزیکی، متناظر کنند. به این ترتیب، می‌توان گفت که لازم است در وهله‌ی اول، فعالیت‌های پیش‌بینی‌شده در برنامه‌ی درسی، به ایجاد درک

اندازه‌ای در کودکان کمک کند. استفاده از ریاضیات مربوط به اندازه‌گیری، یعنی آموزش فرمول‌ها و انجام تمرین‌های محاسباتی، پس از ایجاد چنین درکی در کودکان، معنادارتر و مؤثرتر خواهند بود.

■ فعالیت‌های واقعی اندازه‌گیری

منظور از فعالیت‌های واقعی اندازه‌گیری، فعالیت‌هایی است که دانش‌آموز را با مفاهیم و روش‌های اندازه‌گیری درگیر کند. خواه این فعالیت‌ها، به ایجاد مفاهیم مربوط به اندازه‌گیری مانند مفهوم اندازه‌پذیری، مفهوم واحد اندازه‌گیری یا مفهوم دقت اندازه‌گیری کمک کند؛ و خواه کودک طی آن فعالیت، درگیر اندازه‌گیری کمیت‌ها با استفاده از ابزارهای رسمی یا غیررسمی یا تخمین زدن باشد. شاید بتوان گفت که در اندازه‌گیری، اهمیت کشف‌های خود کودک و بصیرت‌هایی که خودش به‌دست آورده است، بیش از سایر مباحث ریاضی نمایان می‌شود؛ زیرا وقتی یک فعالیت واقعی اندازه‌گیری توسط دانش‌آموزان در کلاس درس انجام شده و به بحث گذاشته می‌شود، تمام آن‌ها با یک مسأله‌ی جذاب و واقعی درگیر می‌شوند و با استفاده از ابزار گوناگون، به انجام آن می‌پردازند. مزیت فعالیت واقعی اندازه‌گیری در این است که کودکان، خود انجام‌دهنده‌ی آن‌ها هستند و هر کشفی توسط خودشان صورت می‌پذیرد. به همین دلیل، کودکان بصیرت‌های جدید کسب می‌کنند و مثلاً قدرشناس دقت ابزار، دقت عمل، واحدهای اندازه‌گیری و توانایی تخمین زدن خویش می‌شوند. اما طبیعی است که انجام فعالیت‌های واقعی اندازه‌گیری در کلاس، نظم سنتی آن را برهم می‌ریزد. به همین دلیل، گاهی معلمان و مؤلفان کتاب‌های درسی، ترجیح می‌دهند که راه ساده‌تر را انتخاب کنند. به همین منظور، فعالیت‌های واقعی اندازه‌گیری را نادیده گرفته و خود را به معرفی کوتاهی از اندازه‌های استاندارد اصلی، فرمول‌های محاسباتی و همراه با آن، فعالیت‌هایی صوری و مکتوب محدود می‌کنند. در چنین حالتی، سؤالاتی از قبیل «سه متر، چند سانتی‌متر است؟»، «دو هزار گرم، چند کیلوگرم است؟» و «مساحت این مستطیل چند سانتی‌متر مربع است؟»، در آموزش اندازه‌گیری، نقش محوری ایفا می‌کنند. یک برنامه‌ی درسی با این نگاه به اندازه‌گیری، در راستای خواسته‌ی معلمانی است که می‌خواهند کلاس را کنترل کنند و به‌همین دلیل، معمولاً یک راه ساده برای انجام فعالیت‌ها انتخاب می‌شود و آن، انجام ندادن فعالیت است! اما انجام ندادن فعالیت‌های اندازه‌گیری، امکان کسب تجارب ارزنده‌ی یادگیری را که کودکان می‌توانند از طریق اندازه‌گیری به‌دست بیاورند، کاهش می‌دهد. بایز و دمور (۲۰۰۵) بیان می‌کنند که نکته‌ی اساسی این نیست که این گونه فعالیت‌ها زیاد تکرار شوند، بلکه مهم این است که انجام این نوع فعالیت‌ها توسط کودکان، فرصت کسب بصیرت بیش‌تری را نسبت به اندازه‌گیری به‌آن‌ها می‌دهد و امکان توسعه‌ی تصور صحیحی از اندازه‌گیری را در کودکان، ایجاد می‌کند. به همین دلیل، طرح سؤال‌هایی که باعث شود دانش‌آموزان، بازتاب بیش‌تری بر عمل اندازه‌گیری داشته باشند، فعالیت‌های اندازه‌گیری را ارزشمندتر می‌کند؛ سؤال‌هایی مانند «در این موقعیت، یک راهبرد مناسب برای اندازه‌گیری چیست؟»، «من این اندازه‌گیری را چگونه انجام دادم؟»، «چگونه می‌توانم نتیجه‌ی این اندازه‌گیری را بیان کنم؟» و «آیا می‌توانم این اندازه‌گیری را با روش دم‌دست‌تر و سریع‌تری انجام دهم؟»

سامیو[۱۴] (۱۹۹۰) بهترین راه آموزش ریاضی به خردسالان را این می‌داند که به آن‌ها کمک شود خواص ریاضی را در فعالیت‌ها و بازی‌هایشان ببینند. به همین دلیل، از نظر او، ریاضیاتی که توسط کودکان مختلف پایه‌ریزی می‌شود، به تناسب تجارب شخصی آن‌ها، متفاوت خواهد بود. به اعتقاد

«اندازه گیری، مرتب کردن جهان اطراف با استفاده از اعداد است و به وسیله‌ی آن، می‌توان جهان اطراف را بهتر کنترل کرد.»
بایز و دمور (۲۰۰۵)

سامیو (۱۹۹۰)، بچه‌ها باید خواص ریاضی را خودشان کشف کنند نه این‌که به آن‌ها یاد دهند که بزرگ‌ترها چه چیزی را تفکر ریاضی می‌دانند. به‌همین دلیل نباید انتظار داشت که سؤال‌ها و کتاب‌های مشترک، جواب‌ها و نتایج یکسانی را به‌بار آورند. در واقع، معلم خوب، خواهان پیشرفت یکسان دانش‌آموزان نیست. چرا که سرعت پیشرفت کودکان، به تجارب شخصی آن‌ها بستگی دارد. معلم نباید بازی و درس را از هم جدا کند و هنگام بازی، خود را کنار بکشد. بلکه باید در هنگام بازی و فعالیت‌های کودکان، منتظر فرصت‌هایی برای بیرون کشیدن مفاهیم ریاضی باشد.

کلمنتس[۱۵] (۱۹۹۹) ابراز می‌کند که لازم است برای طراحی فعالیت‌هایی که کودکان، علاقه‌مند به انجام دادن آن‌ها بوده و می‌توانند از طریق آن‌ها، تجارب متنوع اندازه‌گیری را کسب کنند، تلاش نمود. به طور مثال، حتی پیش از رفتن به مدرسه، کودکان می‌توانند اشیا را از نظر طول با هم مقایسه کنند. پیدا کردن تمام اشیای موجود در اتاق که به اندازه‌ی ساعد دست آن‌هاست، فعالیتی ابتدایی است که به کودکان فرصت می‌دهد با مفاهیم ابتدایی اندازه‌گیری، دست‌ورزی کنند. به اعتقاد بایز و دمور (۲۰۰۵)، ابتدایی‌ترین نوع اندازه‌گیری، مقایسه کردن مستقیم اشیا است. در این نوع اندازه‌گیری، که بیش‌تر مختص کودکان کم‌سن و سال است، هیچ عددی مطرح نمی‌شود و نتیجه‌ی اندازه‌گیری، توسط کلمات بزرگ‌تر، کوتاه‌تر، سنگین‌تر و مانند این‌ها بیان می‌شود.

■ ابزارهای رسمی اندازه‌گیری

فعالیت‌ها و روش‌های اندازه‌گیری، به مقایسه کردن و مرتب کردن اشیا محدود نمی‌شوند. بایز و دمور (۲۰۰۵)، دو روش دیگر را برای اندازه‌گیری در سال‌های اولیه‌ی ابتدایی مناسب می‌دانند که یکی استفاده از واحدهای استاندارد و غیراستاندارد، و دیگری استفاده از ابزار اندازه‌گیری مانند خط‌کش، متر و ترازو است. در واقع، یکی از اجزای مهم آموزش اندازه‌گیری، استفاده از ابزارهای رسمی اندازه‌گیری مانند خط‌کش، متر، انواع ترازو، انواع ساعت و نظایر آن‌ها است؛ چرا که وقتی می‌خواهیم در زندگی روزمره و یا در فعالیت‌های علمی، بر مبنای اندازه‌های نسبتاً دقیق، تصمیم بگیریم، ناگزیر به استفاده از ابزار رسمی اندازه‌گیری هستیم. این اهمیت تا جایی است که تحقیقات نشان می‌دهند که رابطه‌ی معناداری بین میزان استفاده‌ی کودکان از ابزارهای اندازه‌گیری و عملکرد آن‌ها در درس علوم وجود دارد. طبق مطالعه‌ای روی نتایج ارزشیابی ملی[۱۶] (NAEP) و دیگر تحقیقات انجام شده، تجهیزات بیش‌تر در کلاس‌های علوم، به نتایج بهتر دانش‌آموزان می‌انجامد.

با درنظر گرفتن چنین درجه‌ی اهمیتی از ابزار اندازه‌گیری، در استانداردهای ملی آموزش علوم[۱۷] (۱۹۹۶) نیز تأکید ویژه‌ای بر استفاده از این ابزار شده است. در این استانداردها، در زمینه‌ی اندازه‌گیری آمده است:

(۱) استفاده از ابزارهایی مانند دماسنج، خط‌کش یا ترازو، اطلاعات بیش‌تری را نسبت به حالتی که از این ابزارها استفاده نکرده و پدیده‌ها را فقط مشاهده کنیم، به‌دست می‌دهند؛

(۲) ابزارهای اندازه‌گیری را می‌توان برای جمع‌آوری اطلاعات دقیق به منظور مقایسه‌های علمی اشیا و حوادث و به‌منظور طراحی و ساخت اشیایی که درست کار کنند، به‌کار برد؛

(۳) خواندن عددهای دیجیتال و آنالوگ روی ابزار، برای اندازه‌گیری مستقیم طول، حجم، جرم، زمان، سرعت و دما لازم است و انتخاب واحدهای مناسب برای گزارش کردن بزرگی‌های مختلف، ضروری است.

مطالعه‌ی اندازه‌گیری، فرصتی برای یادگیری و به‌کاربردن بخش‌های دیگر ریاضی مانند اعمال روی اعداد، کسرها، ایده‌های هندسی، مفاهیم آماری و مفهوم تابع ایجاد می‌کند. از این گذشته، اندازه‌گیری حوزه‌ای است که هم ارتباط درونی بخش‌های مختلف ریاضی و هم ارتباط بین ریاضی و حوزه‌های خارج از آن را مانند مطالعات اجتماعی، علوم، هنر و تربیت‌بدنی، به‌طور شفاف بیان می‌کند (NCTM, 2000)

علاوه بر این، توانایی به‌کارگیری ابزار اندازه‌گیری، بر روش‌های دیگر اندازه‌گیری نیز تأثیرگذار است. به عنوان مثال، تحقیقات نشان می‌دهند که اگر دانش‌آموزان قادر به به‌کارگیری ابزار مناسب برای اندازه‌گیری دقیق شیئ نباشند، در تخمین زدن اندازه نیز دچار مشکلات بسیاری خواهند شد (کورل، ۱۹۶۰؛ نقل شده در برگسون و همکاران، ۲۰۰۰). با این حال، پژوهش‌های انجام شده، حاکی از این است که دانش‌آموزان در استفاده از ابزارهای اندازه‌گیری، عملکرد مطلوبی ندارند. فیگراس و والداج (۱۹۸۴) نشان دادند که دانش‌آموزان در به‌کار بردن ابزار اندازه‌گیری و شمردن تعداد تکرارهای بازه‌های مساوی، بسیار مکانیکی عمل می‌کنند (نقل شده در برگسون و همکاران، ۲۰۰۰).

■ واحدهای غیراستاندارد

اگرچه در دوره‌ی ابتدایی، برای اندازه‌گیری معمولاً از ابزار اندازه‌گیری مانند ترازو، خط‌کش و نظایر آن‌ها استفاده می‌شود، اما به اعتقاد بایز و دمور (۲۰۰۵)، این تنها و ابتدایی‌ترین روشی نیست که در آموزش مطرح می‌شود، زیرا اندازه‌گیری شامل چیزهای بیش‌تری است و به طور مثال، اندازه گرفتن یک فاصله از طریق قدم زدن با گام‌های بزرگ، در نظر گرفتن یک پیمانه برنج برای هر نفر در هنگام غذا پختن و اندازه‌گیری زمان با استفاده از شمردن از ۱ تا ۱۰ در بازی قایم‌باشک، همگی، انواع مختلفی از اندازه‌گیری هستند و با وجودی که این روش‌ها، دقت کم‌تری نسبت به اندازه‌گیری با استفاده از ابزار دارند، گاهی اوقات مؤثرترند. این در حالی است که به گزارش جورام و همکاران (۱۹۹۸)، متأسفانه این تجربیات برای کودکان مدرسه‌ای کمتر ایجاد می‌شود و مثلاً، فقط ۵۰ درصد دانش‌آموزان پایه‌ی چهارم ابتدایی قادر به اندازه‌گیری طول یک پاره خط از طریق پوشاندن آن با گیره‌ی کاغذ هستند. هم‌چنین، کودکان معمولاً فهم پایه‌ای صحیحی از مفهوم واحد اندازه ندارند. آن‌ها اغلب نمی‌دانند که یک واحد، ممکن است از اجزای کوچک‌تر تشکیل شده باشد و به‌صورت یک کل نباشد؛ مانند استفاده از دو مداد به عنوان واحد (گالپرین[18] و جورجیو[19]، ۱۹۶۹؛ نقل شده در برگسون و همکاران، ۲۰۰۰).

استفاده از واحدهای غیراستاندارد از جهات مختلفی مفید هستند که بایز و دمور (۲۰۰۵) به برخی از آن‌ها اشاره می‌کنند. استفاده از واحدهای غیراستاندارد اندازه‌گیری سبب می‌شود کودکان، اندازه‌گیری را به عنوان یک فرآیند درک کنند. به‌طور مثال، وقتی از کودکان خواسته می‌شود که طول یک طناب را با استفاده از گیره‌ی کاغذ اندازه بگیرند، تجربه نشان می‌دهد که اغلب آن‌ها، با حرکت دادن گیره‌ی کاغذ روی طناب، به شکلی که ابتدای آن هر بار منطبق بر انتهای آن در مرحله‌ی قبل باشد، و با طی این فرآیند، به‌درستی، تعداد دفعاتی را که گیره‌ی کاغذ روی طناب قرار می‌گیرد تا تمام طناب پوشانده شود، به‌عنوان طول طناب گزارش می‌کنند. در صورتی که اگر کودکان از یک ابزار اندازه‌گیری مانند خط‌کش استفاده کنند، این فرآیند درک نخواهد شد. فرآیندی که قابل تعمیم به موقعیت‌های اندازه‌گیری دیگر نیز هست، زیرا که بیش‌تر انواع اندازه‌گیری، شامل تکرار کردن یک واحد به منظور ساختن کل اندازه هستند. علاوه بر این، استفاده از واحدهای غیراستاندارد باعث می‌شود کودکان مفهوم واحد اندازه‌گیری را درک نموده و بر لزوم وجود واحدهای استاندارد واقف شوند. در واقع وقتی از دانش‌آموزان خواسته می‌شود یک کمیت ثابت را با استفاده از واحدهای مختلف اندازه بگیرند، آن‌ها با عددهای متفاوتی به‌عنوان اندازه‌ی یک کمیت مشخص مواجه می‌شوند و از این طریق، نسبت به ابداع واحدهای استاندارد، احساس قدرشناسی پیدا می‌کنند.

■ واحدهای استاندارد

هیچ شکی در ضرورت آموزش واحدهای استاندارد اندازه‌گیری مانند متر، کیلوگرم، لیتر و نظایر آن‌ها به کودکان وجود ندارد. بایز و دمور (۲۰۰۵) نیز کسب دانش سیستم‌های اندازه‌گیری مختلف و رابطه‌ی بین واحدهای مختلف را به‌دلیل کاربردهای فراوان روزمره‌ی آن‌ها لازم می‌دانند. دانش‌آموزان باید قادر شوند که به راحتی در موقعیت‌های مختلف، از سیستم‌های اندازه‌گیری مختلف استفاده کنند؛ مثلاً در کارهای علمی از سیستم متریک استفاده کنند در حالی که در زندگی روزمره ممکن است از واحدهای رایج محلی استفاده کنند. این در حالی است که به گزارش فیگراس[20] و والدج[21] (۱۹۸۴)، بیش از نیمی از دانش‌آموزان، واحدهای اندازه‌گیری را به‌شکل اشتباه به کار می‌برند. این محققان اشاره می‌کنند که یک سیستم اندازه‌گیری استاندارد، خیلی زود در برنامه‌ی درسی دوره‌ی ابتدایی مطرح می‌شود و بنابراین جلوی فهم کامل مفهوم واحد را می‌گیرد. بنابراین درک مفهوم واحد اندازه‌گیری، یک پیش‌نیاز برای درک واحدهای استاندارد است (نقل شده در برگسون و همکاران، ۲۰۰۰).

کلمنتس (۱۹۹۹) با بیان این نکته که نظمی در تدریس اندازه‌گیری مبتنی بر نظریه‌ی پیاژه ـ که در مورد مراحل رشد کودک است ـ به وجود آمده است که عبارت است از : شروع با واحدهای غیراستاندارد، واحد استاندارد و سپس اندازه‌گیری با استفاده از ابزار . وی با طرح این سؤال که آیا این ترتیب، بهترین روش ممکن است، به مطالعه‌ای در مورد آموزش طول پرداخت و درنتیجه، به یک ترتیب دیگر دست یافت . کلمنتس (۱۹۹۹)، برای پایه‌ی پیش‌دبستانی مقایسه‌ی مستقیم را پیشنهاد می‌کند . سپس برای پایه‌ی اول دبستان، استفاده‌ی هم‌زمان از خط‌کش، واحدهای استاندارد و واحدهای غیراستاندارد را توصیه می‌کند . کلمنتس (۱۹۹۹) ابراز می‌دارد که شروع با واحد غیراستاندارد مضر نیست، اما اگر استفاده از واحد غیراستاندارد در پایه‌ی اول دبستان با این هدف صورت گیرد که کودک، نیاز به استانداردسازی را درک کند، کاری پیش از موقع انجام شده است . وی برای پایه‌های دوم و سوم دبستان، آموزش رابطه‌ی بین واحدها، لزوم وجود واحدهای استاندارد، رابطه‌ی معکوس بین اندازه‌ی واحد و تعداد واحدها و استفاده از ابزارهای دیگر اندازه‌گیری را مناسب می‌داند .

علاوه بر این، بایز و دمور (۲۰۰۵)، کسب دانش سیستم‌های اندازه‌گیری مختلف و رابطه‌ی بین واحدهای مختلف را به‌دلیل کاربردهای فراوان روزمره‌ی آن‌ها لازم می‌دانند . آن‌ها بیان می‌کنند که در این راستا، داشتن معیارهای مورد استناد شخصی که از واقعیات روزمره به‌دست آمده و در تخمین و تصور اندازه‌های استاندارد به‌کار می‌روند، بسیار مفیدند .

■ معیارهای مورد استنادِ شخصی

منظور از معیار مورد استناد شخصی، یک کمیت مشخص برای فرد است که اندازه‌ی متناظر با آن را می‌داند . این معیارها می‌توانند ذهنی یا فیزیکی باشند . منظور از معیار مورد استناد ذهنی، تصویری است که افراد از بعضی از اندازه‌های خاص مانند ۱ متر، ۵ سانتی‌متر یا یک متر مربع در ذهن خود دارند . منظور از معیار مورد استناد فیزیکی هم، کمیت‌های دم‌دستی است که اندازه‌های آن‌ها را می‌داند و برای اندازه‌گیری کمیت‌های دیگر، از آن‌ها استفاده می‌کند . به‌عنوان نمونه، عرض انگشت می‌تواند معیاری برای سانتی‌متر، یک گام بزرگ معیاری برای متر، بطری شیر معیاری برای لیتر و یک پاکت شکر معیاری برای کیلوگرم باشد . در سیستم اندازه‌گیری سنتی ایران نیز از این اندازه‌ها به میزان وسیعی استفاده می‌شود، به‌طوری که برخی از این اندازه‌ها دارای اسامی رایج نیز هستند؛ مانند بند انگشت، وجب و نظایر آن‌ها .

یکی از مهارت‌هایی که کودکان باید در زمینه‌ی اندازه‌گیری کسب کنند، مهارت اندازه‌گیری توسط ابزارهای ذهنی است . کلمنتس (۱۹۹۹)، ابراز می‌دارد با وجودی که اندازه‌گیری با استفاده از ابزار، مهم است، اما ایجاد توانایی‌هایی مانند ایجاد خط‌کش ذهنی[۲۲] یا خط‌کش مفهومی[۲۳] هم از اهمیت ویژه‌ای

با وجود این که اندازه‌گیری یک موضوع کاربردی است، معمولاً بر روی کاغذها آموخته می‌شود و بیش‌ترین تأکید مدرسه، بر روی انجام تمرین‌های محاسباتی با استفاده از فرمول‌های اندازه‌گیری است. اما به اعتقاد فی (۱۹۹۰)، دانش‌آموزانی که با چنین رویکردی آموزش می‌بینند، فهم محدودی از مفاهیم طول، مساحت و حجم پیدا می‌کنند

برخوردار است. به‌طور مثال، در بسیاری از مسأله‌های اندازه‌گیری، از دانش‌آموزان خواسته می‌شود تا طول خطوط را حدس زده یا محاسبه کنند، یا خطی را با طول داده شده، رسم کنند. برای حل این نوع مسایل، دانش‌آموزان از روش‌های مختلفی استفاده می‌کنند؛ بعضی از آن‌ها بدون ساختن هیچ واحدی، حدس می‌زنند، برخی از آن‌ها با تقسیم‌بندی طول، واحدهای دیداری[۲۴] می‌سازند و آن‌ها را می‌شمارند. البته گاهی اوقات، کودکان این تقسیم‌بندی را به‌طور مساوی انجام نمی‌دهند و عمل تقسیم‌بندی را در ذهن خویش انجام می‌دهند. در تمام این حالت‌ها، دانش‌آموزان یک ابزار ذهنی درونی دارند و این ابزار، یک تصویر ثابت نیست، بلکه یک فرآیند ذهنی است که طی آن، کودکان با حرکت کردن ذهنی روی یک شیء، آن را تقسیم‌بندی کرده و تعداد قسمت‌ها را می‌شمارند. به بیان کلمنتس (۱۹۹۹)، این کودکان از یک خط‌کش ذهنی استفاده می‌کنند. استفاده از این ابزار ذهنی، مرحله‌ای مهم در توسعه‌ی درک اندازه‌ای کودکان است.

■ تخمین زدن

باکستر و همکاران (۲۰۰۶) به نقل از گروهی از بزرگسالان درباره‌ی فواید تخمین زدن گفته‌اند: تخمین زدن، باعث صرفه‌جویی در وقت می‌شود؛ به این که درستی ابزار و روش‌های اندازه‌گیری را تعیین کنیم کمک می‌کند؛ در برخی موقعیت‌ها، اندازه‌گیری دقیق، ممکن نیست و تخمین، به‌کار می‌آید؛ گاهی اوقات، ماهیت شغل، تخمین زدن را می‌طلبد؛ و بالاخره این که تخمین زدن، لذت‌بخش است.

بایز و دمور (۲۰۰۵)، علاوه بر پیشنهاد استفاده از روش‌های مقایسه و مرتب کردن، واحدهای استاندارد و غیراستاندارد و ابزار اندازه‌گیری برای آموزش اندازه‌گیری در دوره‌های پیش‌دبستانی و سال‌های اولیه‌ی ابتدایی، برای سال‌های بالاتر ابتدایی نیز روش‌های دیگری را توصیه می‌کنند که از آن جمله می‌توان به اندازه‌گیری از طریق استدلال و محاسبه اشاره کرد. با این روش، کودکان به مسأله‌هایی پاسخ می‌دهند که بعضی از اطلاعات لازم برای حل، در آن‌ها نیامده است و دانش‌آموزان باید خودشان از طریق استدلال و تخمین زدن، آن اطلاعات را به‌دست آورده و مسأله را حل کنند. سؤالاتی مانند این که «یک ساختمان ۶ طبقه تقریباً چه‌قدر بلندی دارد؟» یا «در روزنامه آمده است که در شهر ما، در ۲۴ ساعت گذشته ۵۰ میلی‌متر باران باریده است. در کل شهر ما، چند متر مکعب باران باریده است؟» نمونه‌هایی از اندازه‌گیری از طریق استدلال و محاسبه هستند که کودکان برای حل آن‌ها، به تخمین ارتفاع یک طبقه‌ی ساختمان و مساحت شهر نیاز دارند. برخی مثال‌های ساده‌تر از این نوع، حتی در سال‌های اول ابتدایی هم قابل طرح هستند.

در واقع، تخمین زدن هم که به عنوان بخشی از سواد شهروندی برای پیش‌بینی کردن، قضاوت کردن و تصمیم گرفتن لازم است، در مقوله‌ی اندازه‌گیری از طریق استدلال می‌گنجد. جورام و همکاران (۱۹۹۸)، تخمین اندازه‌گیری را یک مهارت مهم برای سواد عددی، و پایه‌ای برای فهم اندازه‌گیری فیزیکی می‌دانند. این در حالی است که به گزارش آن‌ها، اکثر تحقیقاتی که در زمینه‌ی توانایی تخمین اندازه‌گیری انجام شده‌اند، نشان می‌دهند که هم کودکان و هم بزرگسالان، در این زمینه ضعیف عمل می‌کنند و به گفته‌ی جورام و همکاران (۱۹۹۸، به نقل از یوسیسکین[۲۵]، ۱۹۸۶)، «اگرچه تخمین معمولاً به‌عنوان «خواهر کوچک‌تر» محاسبات تلقی می‌شود، در زندگی واقعی، «خواهر بزرگ‌تر» و حتی «تنها فرزند» است!» (ص۴۱۴). در حقیقت آن‌ها از بحثی که مطرح می‌کنند، این نتیجه را می‌گیرند که داشتن توانایی تخمین اندازه، نیازمند فهم واقعی مفاهیم اندازه‌گیری است. مثلاً ممکن است حل مسایل معمولی اندازه‌گیری، با استفاده از فرمول و بدون وجود فهم صحیحی از اندازه‌گیری صورت پذیرد، در حالی که هنگام تخمین زدن، کودکان نمی‌توانند از رویه‌هایی که بدون دلیل حفظ کرده‌اند، استفاده کنند، زیرا برای تخمین زدن اندازه‌ها، از استراتژی‌هایی استفاده می‌شود که نیازمند فهم عمیق فرد از فرآیند اندازه‌گیری است.

جورام و همکاران (۱۹۹۸) ابراز می‌دارند که در زمینه‌ی آموزش تخمین اندازه‌گیری، حداقل می‌توان از دو روش مختلف، یکی *حدس و آزمایش*[۲۶] یا *تمرین با بازخورد*[۲۷]، و دیگری *آموزش استراتژی‌های تخمین زدن* استفاده کرد. در روش اول، شخص ابتدا اندازه‌ی مورد نظر را تخمین می‌زند، سپس اندازه‌ی واقعی را توسط ابزار اندازه‌گیری به‌دست می‌آورد و یا اندازه‌ی واقعی به او گفته می‌شود. با این روش، بدون این که استراتژی‌های خاصی به دانش‌آموز آموخته شود، دقت تخمین زدن او بالا می‌رود. هم‌چنین با این روش، افراد برای خود *مقیاس مفهومی*[۲۸] متناظر با واحدهای خاص را ایجاد کرده

و محور ذهنی *اعداد*[29] را ایجاد می‌کنند. علاوه بر این، اگر آزمایش حدس، با استفاده از اندازه‌گیری مستقیم صورت پذیرد، فرد، توانایی اندازه‌گیری فیزیکی را نیز در خود ایجاد می‌کند. به اعتقاد جورام و همکاران (۱۹۹۸)، نکته‌ی کلیدی در تسهیل تخمین اندازه، ساختن یک محور ذهنی اعداد است که طول‌های فیزیکی را با اندازه‌های عددی متناظر با آن‌ها بازنمایی می‌کند و از این طریق، تخمین‌زننده، طول را به عدد و برعکس، تبدیل می‌کند. نکته‌ی دیگر، فهم رابطه‌ی بین واحدهای مختلف است که برای این کار، لازم است که چگونگی ایجاد معیارهای مورد استناد ذهنی برای واحدهای خاص (مانند متر، سانتی‌متر، لیتر و نظایر آن) و تصور کردن اندازه‌ها بر روی محور اعداد، مورد مطالعه قرار گیرد و حرکت بین محورهای مختلف به‌منظور تبدیل واحدها به‌طور ذهنی آموزش داده شود. بنابراین، ایجاد معیارهای مورد استناد شخصی، خواه معیارهای ذهنی و خواه معیارهای فیزیکی، یکی از ارکان اصلی آموزش تخمین اندازه است. علاوه بر این‌ها، برای توسعه‌ی توانایی تخمین اندازه، رابطه‌ی بین موقعیت و محدودیت‌های اندازه‌گیری نیز باید آموزش داده شود. مثلاً ممکن است کسی از ۱۲ سانتی‌متر، تصور ذهنی درستی داشته باشد، اما برای اندازه‌گیری در موقعیتی خاص، ۱۲ سانتی‌متر، خیلی بزرگ یا خیلی کوچک باشد. مثلاً برای تخمین ارتفاع یک ساختمان، نمی‌توان از معیار ۱۲ سانتی‌متر استفاده کرد.

کریتس[30] (۱۹۹۲) اذعان می‌دارد برای این که کودکان در تخمین زدن مهارت کسب کنند، باید تجارب عملی در زمینه‌ی تخمین زدن داشته باشند تا معیارهای مورد استناد خود را برای انواع مختلف اندازه مانند تعداد، زمان و طول ایجاد کنند. هم‌چنین، توضیح دادن روش تخمین و بررسی معقول بودن پاسخ‌ها، دو جنبه‌ای هستند که باید در کلاس‌های ریاضی مورد توجه قرار بگیرند.

عوامل دیگری نیز بر توانایی تخمین اندازه مؤثر شناخته شده‌اند. سوان و جونز (۱۹۸۰) پس از تحقیقی درباره‌ی توانایی‌های تخمین اندازه روی بزرگ‌ترها و دانش‌آموزان، به این نتایج دست یافتند: اول این که توانایی‌های تخمین اندازه، همراه با سن رشد می‌کند. دیگر این که جنسیت افراد، در توانایی تخمین جرم یا دما تأثیری ندارد. اما مردها، فاصله و طول را بهتر تخمین می‌زنند (نقل شده در برگسون و همکاران، ۲۰۰۰). علاوه بر این، باکستر و همکاران (۲۰۰۶) بیان می‌کنند که تجربه، در توانایی تخمین زدن، مهم است. مطالعه‌ای توسط نونز[31]، شولمن[32] و همکاران(۱۹۹۳) نشان می‌دهد که در یک گروه از نجارها، کسانی که تجربه‌ی کار بیش‌تری داشتند، در انجام محاسبات مبتنی بر اندازه‌گیری، بهتر از کسانی عمل کردند که تجربه‌ی مدرسه‌ای داشتند (نقل شده در باکستر و همکاران، ۲۰۰۶). شاید دلیل این موضوع، این باشد که مهارت در تخمین اندازه‌گیری، به تمرین مداوم احتیاج دارد و در غیر این صورت، فراموش خواهد شد (استیک و ایزلی، ۱۹۷۸؛ نقل شده در برگسون و همکاران، ۲۰۰۰). این در حالی است که بیش از ۹۰درصد معلمان اعتقاد دارند که تخمین زدن در موقعیت‌های اندازه‌گیری یک مهارت مهم است، اما دانش‌آموزان کمی فعالیت‌های تخمین را تجربه می‌کنند (اوزبورن، ۱۹۸۰؛ نقل شده در برگسون و همکاران، ۲۰۰۰).

■ تکنولوژی

استفاده از تکنولوژی، یکی از راه‌هایی است که برای آموزش مفاهیم اندازه‌گیری توصیه شده است. کلمنتس (۱۹۹۹) ابراز می‌کند که یکی از راه‌های توسعه‌ی درک اندازه‌ای این است که دانش‌آموزان را تشویق کنیم بین عدد و هندسه، رابطه‌هایی ایجاد کنند؛ مانند محیطی که نرم‌افزار گرافیکی لوگو[33] برای کودکان فراهم می‌کند. لوگو یک محیط برنامه‌نویسی گرافیکی است که در آن، دانش‌آموز حرکات یک لاک‌پشت را با اندازه‌ها و جهت‌هایی که خودش تعیین می‌کند، هدایت می‌کند. کمپبل (۱۹۹۰) معتقد است که کودکان در محیط لوگو می‌توانند با واحدهای مختلف دست‌ورزی کنند، واحدهای خودشان را بسازند و با استفاده از واحد خویش، طول‌های مختلف را تخمین بزنند. بنابراین، در این محیط به کودکان اجازه داده می‌شود که فهم و درک خود را از فاصله، واحد اندازه‌گیری و رابطه‌ی معکوس بین اندازه‌ی واحد و تعداد واحدهایی که طول مورد نظر را می‌پوشاند، توسعه دهند. مطالعه‌ای که کمپبل (۱۹۹۰) انجام

داده است، نشان می‌دهد که کودکان پس از کار در این محیط، رشد قابل توجهی در زمینه‌ی تخمین فاصله پیدا می‌کنند.

■ توجه به زمینه‌های فرهنگی و نیازسنجی فرهنگی

به اعتقاد جورام و همکاران (۱۹۹۸)، لازم است که زمینه‌ی فرهنگی تخمین اندازه، شناسایی شود. تحقیقات نشان می‌دهند که کارکرد تخمین اندازه‌گیری در یک فرهنگ و این که چقدر از تخمین آن نوع اندازه، در زندگی روزمره استفاده شود، میزان یادگیری افراد را در زمینه‌ی تخمین اندازه پیش‌بینی می‌کند. آن‌ها اشاره می‌کنند که عجیب نیست که افراد در تخمین دما، بهتر از بقیه‌ی موارد عمل می‌کنند، چون هر روز راجع به دما چیزهایی را می‌شنوند و بر مبنای این اعداد تصمیم‌گیری می‌کنند؛ تصمیم‌هایی مثل این که چه لباسی بپوشند یا از چه وسیله‌ی نقلیه‌ای استفاده کنند. این همان ایده‌ی ریاضیات قومی[۳۴] است که بیشاپ (۱۳۷۶) با ارجاع به آن، به آموزشگران ریاضی توصیه می‌کند که با در نظر گرفتن فرهنگ در تحقیقات آموزشی خود، درباره‌ی ایده‌های مهم زیر فکر کنند:

تعامل‌های انسانی، یعنی در نظر گرفتن آن فعالیت‌های ریاضی که به‌طور وسیع در جامعه‌ی خارج از مدرسه اتفاق می‌افتند و توجه به نقش افرادی غیر از معلم‌ها و یادگیرنده‌ها در آموزش ریاضی؛ **مردم و ارزش‌ها**، یعنی تشخیص این‌که فعالیت‌های ریاضی با ارزش‌ها، باورها و انتخاب‌های شخصی گره خورده است؛ **تعامل‌های بین ریاضی و زبان**، چرا که زبان به عنوان حامل اصلی بسیاری از ایده‌های ریاضی عمل می‌کند؛ **تاریخ‌های ریاضی**، یعنی توجه به این‌که چه کسانی ایده‌های ریاضی را در جامعه‌های مختلف توسعه داده‌اند؛ و **ریشه‌های فرهنگی**، یعنی توجه نسبت به نقطه‌های شروع فرهنگی و اجتماعی توسعه‌ی ریاضی.

بیشاپ(۱۳۷۶) سپس بیان می‌کند که اگر بخواهیم با موفقیت از عهده‌ی ارایه‌ی یک آموزش ریاضی با معنا برآییم، باید نسبت به توسعه‌ی یک برنامه‌ی درسی در این راستا تلاش بیش‌تری کنیم. به‌طور مشخص، لازم است که ملاحظات بیش‌تری برای ساختار کلی برنامه‌ی درسی ریاضی در نظر گرفته شود. وی در ادامه، یک برنامه‌ی درسی فرهنگ- مدار[۳۵] را پیشنهاد می‌دهد که بر مبنای شش فعالیت اساسی **شمردن**، **چگونگی قرار دادن**، **اندازه‌گرفتن**، **طراحی کردن**، **بازی کردن** و **توضیح دادن** است و این شش فعالیت، توسط تمام جوامع و فرهنگ‌ها توسعه یافته است. بیشاپ(۱۳۷۶) توضیح می‌دهد که مثلاً «چه‌قدر؟» سؤالی است که در هر جامعه‌ای مطرح و پاسخ داده می‌شود، خواه آن مقدار، پارچه، غذا، زمین، پول یا زمان باشد. طبیعی است که با پیچیده‌تر شدن جوامع، تکنیک‌های اندازه‌گیری نیز با تمامی واحدهایی که در آن اندازه‌گیری‌ها دخیل هستند، پیچیده‌تر می‌شوند. اندازه‌گیری علاوه بر این‌که شامل توانایی‌های ذهنی شمارش است، توانایی‌های دیگری از قبیل تخمین زدن، تقریب زدن و ارزشیابی کردن را نیز شامل می‌شود. بیشاپ (۱۳۷۶) اعتقاد دارد که اگر آزمایش‌های بیش‌تری در یک برنامه‌ی درسی که از نظر اجتماعی و فرهنگی به جامعه مربوط است انجام بگیرد، آن‌گاه معلمان بیش‌تری قادر می‌شوند تا از فعالیت‌های ریاضی فرهنگ- مدار در کلاس‌های درس خود استفاده کنند و دانش‌آموزان بیش‌تری احساس خواهند کرد که مشغول مطالعه‌ی یک آموزش ریاضی با معنا هستند.

علاوه بر این، یک برنامه‌ی درسی که فرهنگ و جامعه را مورد توجه قرار می‌دهد، باید نیازهای جامعه را نیز در نظر بگیرد. به عنوان مثال، در جامعه‌ای که افراد به راحتی وقت خود را هدر می‌دهند و برای زمان، ارزشی قایل نیستند، توانایی تخمین زمان، توسعه نیافته است. برای آن‌ها مهم نیست که یک سفر درون‌شهری خاص، چه‌قدر طول می‌کشد و بهتر است چه زمانی از منزل خارج شوند یا از چه مسیر و از چه وسیله‌ی نقلیه‌ای استفاده کنند. در چنین جامعه‌ای، آموزش تخمین زمان، یک نیاز فرهنگی- اجتماعی است. هم‌چنین در جامعه‌ای که افراد، تخمین درستی از میزان مصرف منابع طبیعی خود ندارند، نمی‌توان انتظار داشت که در مصرف آب، برق، گاز و نظایر آن صرفه‌جویی کنند. به‌طور مثال، شخصی که شیر آب خانه‌اش چکه می‌کند، اگر تخمین خوبی از هزینه‌ی آب هدر رفته و هزینه‌ی تعمیر شیر آب داشته باشد، نسبت به تعمیر کردن یا تعمیر نکردن شیر آب خانه‌ی خود تصمیم آگاهانه‌تری خواهد گرفت. بنابراین برای طراحی یک برنامه‌ی درسی درباره‌ی اندازه‌گیری، نیازسنجی فرهنگی، با هدف فرهنگ‌سازی در جامعه، لازم و ضروری است.

◆ اندازه‌گیری؛ موضوع غفلت شده در برنامه‌ی درسی مدرسه‌ای ایران

به گزارش کیامنش(۱۳۷۹)، دانش‌آموزان ایرانی در بین ۳۸

کشور شرکت‌کننده در اجرای مجدد سومین مطالعه‌ی بین‌المللی ریاضیات و علوم[۳۶]، در مجموعه‌ی سؤالات مربوط به اندازه‌گیری، رتبه‌ی ۳۴ام را کسب کردند. با توجه به اهمیت زیادی که موضوع اندازه‌گیری به عنوان یک موضوع درسی در برنامه‌های درسی ریاضی دوره‌های آموزش عمومی در دنیا دارد، و با عنایت به تحقیقات گسترده‌ی جهانی در رابطه با سواد اندازه‌گیری به عنوان یک سواد کمّی و سواد عددی، و هم‌چنین با استفاده از چارچوب ارایه شده توسط نویسندگان برای آموزش اندازه‌گیری، بررسی کتاب‌های درسی دوره‌ی آموزش عمومی در ایران از این منظر، از اهمیت بالایی برخوردار است.

برای این منظور با استفاده از چارچوب ارایه شده، به بررسی کتاب‌های ریاضی دوره‌ی ابتدایی و راهنمایی در ایران پرداخته‌ایم. در پیوست(۱) جداول مربوط به این بررسی آمده‌اند.

جدول زیر، با توجه به تحلیل محتوای مربوط به اندازه‌گیری در کتاب‌های ریاضی دوره‌های ابتدایی و راهنمایی در ایران و با استفاده از چارچوب ارایه شده برای آموزش اندازه‌گیری، فراوانی استفاده از هریک از موارد مطرح شده در چارچوب را بیان می‌کند. این فراوانی، از شمردن تعداد صفحاتی حاصل شده است که در آن‌ها به نوعی، به موضوع مورد نظر پرداخته شده است که حتی ممکن بوده است موضوع مورد نظر، فقط حجم کوچکی از صفحه‌ی کتاب را به خود اختصاص داده باشد. شایان ذکر است که این فراوانی‌ها، هم شامل آموزش مفاهیم و هم دربرگیرنده‌ی تمرین‌ها هستند. (جدول ۱)

تحلیل محتوای مربوط به اندازه‌گیری در کتاب‌های درسی ریاضی دوره‌ی ابتدایی در ایران، نشان می‌دهد که:

● در کتاب‌های ریاضی دوره‌های ابتدایی و راهنمایی، طرح موضوع اندازه‌گیری به معرفی چند کمیت، ارایه‌ی فرمول‌هایی برای محاسبه‌ی محیط و مساحت و حجم برخی اشکال و احجام هندسی، معرفی واحدهای استاندارد اندازه‌گیری و روش تبدیل واحدها و تمرین‌های محاسباتی در این زمینه، محدود می‌شود.

● فقط تعداد محدودی از فعالیت‌هایی که در کتاب آمده است را می‌توان به عنوان فعالیت‌های واقعی اندازه‌گیری به شمار آورد. بیش‌تر فعالیت‌های شمارش شده در جدول فوق، با یک نگاه خوش‌بینانه، به عنوان فعالیت در نظر گرفته شده‌اند و در حقیقت، فعالیت‌های واقعی اندازه‌گیری نیستند. به عنوان مثال تعداد تمام صفحاتی که در آن‌ها از دانش‌آموزان خواسته شده است طول یک پاره‌خط را با خط‌کش اندازه بگیرند، در فراوانی مربوط به فعالیت‌های واقعی در کتاب‌ها، انگشت‌شمار بوده و آن‌ها هم با توجه به روح کلی حاکم بر کتاب، به سادگی توسط معلمان قابل چشم‌پوشی هستند.

● همانند فعالیت‌های اندازه‌گیری، شمارش فراوانی استفاده از واحدهای غیراستاندارد نیز بسیار خوش‌بینانه بوده است. واحدهای غیراستاندارد به کار گرفته شده در کتاب، بسیار شبیه به واحدهای استاندارد می‌باشند. مثلاً برای پوشاندن سطح اشکال و به‌دست آوردن مساحت آن‌ها، همه‌جا از شکل مربع به عنوان واحد، استفاده شده است. استفاده‌ی کتاب از واحدهای غیر استاندارد برای معرفی واحدهای استاندارد، در مفهوم طول چشم‌گیرتر از مفاهیم دیگر است. اما حتی در این مورد نیز، دانش‌آموزان، محدود به استفاده از نوارهای مدرجی هستند که مشخصات آن‌ها دقیقاً در کتاب آمده است. در حالی که شاید استفاده از واحدهای متنوع دیگر مانند طول گیره‌ی کاغذ، طول مداد، طول وجب و نظایر آن‌ها، مفهوم واحد اندازه‌گیری غیراستاندارد در مقابل واحد اندازه‌گیری استاندارد را ملموس‌تر و قابل فهم‌تر کند.

جدول (۱)

موضوع	فراوانی	موضوع	فراوانی	موضوع	فراوانی
ریاضیات مربوط به اندازه گیری	۳۸	واحدهای استاندارد	۱۴	تخمین اندازه	۹
فعالیت‌های اندازه‌گیری	۲۸	واحدهای غیر استنانداردد	۱۶	تکنولوژی	۰
ابزارهای رسمی اندازه‌گیری	۲۵	معیارهای مورد استناد شخصی	۶	زمینه‌های فرهنگی اندازه‌گیری و نیازسنجی فرهنگی	۶

● استفاده از واحدهای غیراستاندارد که در صورت به‌کارگیری صحیح، می‌توانند به معیارهای مورد استناد شخصی تبدیل شوند، محدود به چند داستان می‌شود:

«رضا در کلاس دوم درس می‌خواند. برادرش احمد کلاس پنجم است. روزی رضا و احمد تصمیم گرفتند که عرض خیابان را اندازه بگیرند. اول رضا خیابان را قدم کرد. عرض خیابان ۱۵ قدم بود. بعد احمد اندازه گرفت. اما اندازه‌ی آن ۱۱ قدم بود. می‌دانید چرا اندازه‌هایی که رضا و احمد به‌دست آوردند با هم مساوی نیستند؟»(ریاضی دوم دبستان، ص۸۷). این در حالی است که انجام دادن چنین فعالیت‌هایی، فواید آموزشی فراوانی را به‌دنبال خواهد داشت.

● در این کتاب‌ها، به کودکان، فرصت کافی برای ساختن معیارهای مورد استناد شخصی داده نشده است.

● هیچ مسأله‌ی مربوط به تخمین‌هایی که در زندگی روزمره کاربرد دارند، در کتاب‌ها مطرح نشده است.

● تکنولوژی، که ابزاری مفید در زمینه‌ی تقویت توانایی‌های اندازه‌گیری شناخته شده است، هیچ جایگاهی در کتاب‌های درسی ریاضی و علوم دوره‌های ابتدایی و راهنمایی ندارد.

● زمینه‌های فرهنگی و واحدهای بومی در کتاب‌ها نادیده گرفته شده‌اند.

از آن‌جایی که اندازه‌گیری، بین علوم مختلف ارتباط برقرار کرده و کاربردهای فراوانی در زندگی روزمره دارد، لازم است که با تأملی دوباره در آموزش اندازه‌گیری در برنامه‌ی درسی ریاضی مدرسه‌ای در ایران، به این موضوع توجه ویژه‌ای شود. به همین منظور، در بخش بعدی به ارایه‌ی راهکارهایی برای بهبود آموزش اندازه‌گیری در ریاضیات مدرسه‌ای می‌پردازیم.

توصیه‌هایی برای آموزش اندازه‌گیری در برنامه‌ی درسی ریاضی مدرسه‌ای در ایران

● استفاده از دانش موضوعی ریاضی، برای اندازه گیری لازم است. اما نباید تأکید اصلی برنامه‌ی درسی ریاضی دوره‌های ابتدایی بر آن باشد.

● استفاده از فعالیت‌های واقعی اندازه‌گیری در یک برنامه‌ی درسی مؤثر برای اندازه‌گیری، لازم است. باید به کودکان فرصت داد تجارب عملی کافی در این زمینه کسب کرده و با بازتاب بر فعالیت‌های اندازه‌گیری خود، به یک فهم و درک واقعی نسبت به مفاهیم و فرآیندهای اندازه‌گیری دست یابند.

● استفاده از واحدهای غیراستاندارد برای درک مفهوم واحد اندازه‌گیری و ایجاد قدرشناسی نسبت به واحدهای استاندارد ضروری است.

● ایجاد معیارهای مورد استناد ذهنی، مانند معیارهایی آشنا برای یک متر، یک کیلوگرم، صدکیلومتر و نظایر آن، و استفاده از ابزارهای ذهنی دیگر مانند محور ذهنی اعداد، به کودکان در درک مفاهیم اندازه‌گیری و توسعه‌ی توانایی تخمین زدن کمک می‌کند.

● تخمین زدن اندازه‌ها، یکی از مهارت‌های سواد عددی و سواد شهروندی است که باید توجه خاصی را در برنامه‌ی درسی دوره‌های ابتدایی به آن مبذول داشت.

● از تکنولوژی می‌توان برای توسعه‌ی توانایی‌های مربوط به اندازه‌گیری و تخمین‌زدن استفاده کرد.

● استفاده از زمینه‌های فرهنگی و ارجاع به واحدهای بومی، زمینه‌ی مناسبی برای آشنایی کودکان با واحدهای استاندارد و توسعه‌ی توانایی تخمین‌زدن در آن‌ها فراهم می‌کند.

پیوست(۱)

در این بررسی که به تفکیک پایه‌ی تحصیلی انجام شده است، به کمیت‌هایی که در کتاب‌های درسی ریاضی ابتدایی و راهنمایی در ایران، معرفی شده‌اند، در جدول زیر کدهایی را نسبت داده‌ایم تا دنبال کردن روند آموزش یک کمیت خاص، در طول پنج سال ابتدایی و سه سال راهنمایی، آسان شود.

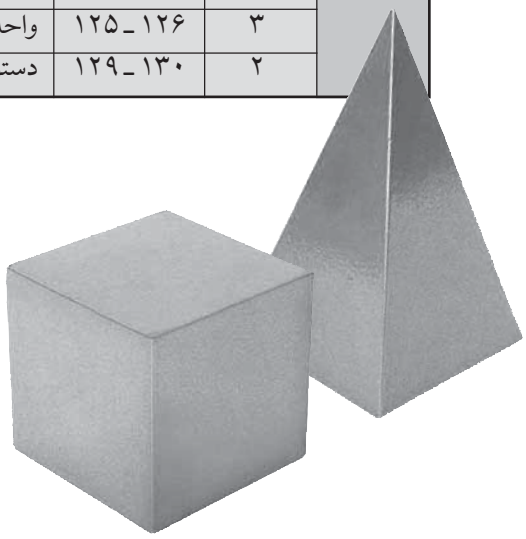
این بررسی بر اساس کتب درسی ریاضی دبستان و راهنمایی در سال تحصیلی ۸۶-۱۳۸۵ و کتب علوم تجربی دوره‌ی راهنمایی منتشر شده در سال تحصیلی ۸۲-۱۳۸۱ می‌باشد.

مفهوم	طول و محیط	مساحت	گنجایش و حجم	جرم	زمان
کد	۱	۲	۳	۴	۵

کتاب‌های ریاضی دوره ی ابتدایی

کتاب	کد مفهوم	شماره صفحه در کتاب	محتوای ارایه شده
ریاضی اول ابتدایی	۱	۱۳۳-۱۳۶	مقایسه‌ی طول : استفاده از کلمات کوتاه‌ترین ، بلندترین ، کوتاه‌تر ، بلندتر و هم‌اندازه .
	۴	۱۴۵	مقایسه‌ی جرم : استفاده از کلمات سنگین‌تر و سبک تر (از کودکان خواسته شده تا جرم اشیا را با دیدن شکل آن‌ها مقایسه کنند) .
ریاضی دوم ابتدایی	۵	۷۰-۷۲	خواندن ساعت : آموزش خواندن ساعت با دقیقه‌های مضرب۵ (بدون این‌که به مفاهیم ابتدایی‌تر مربوط به آن ، مثلاً مقایسه کردن ، پرداخته شود) .
	۱	۸۳-۸۵	اندازه‌گیری طول : ساختن نوار مدرج با استفاده از یک واحد فرضی که در کتاب مشخص شده است ؛ اندازه‌گیری طول‌های مختلف با استفاده از آن .
	۱	۸۶-۸۸	ایجاد آمادگی برای درک مفهوم واحد طول : بیان سه مثال مختلف درباره‌ی این‌که استفاده از واحدهای مختلف ، اندازه‌های متفاوت را پدید می‌آورد .
	۱	۸۹-۹۱	معرفی سانتی‌متر و متر : معرفی واحدهای استاندارد .
	۶	۱۰۸-۱۰۹	پول : سکه‌های ۱ ، ۲ ، ۵ ، ۱۰ ، ۲۰ ، ۵۰ و ۲۵۰ ریالی و اسکناس‌های ۲۰۰ ، ۱۰۰ ، ۵۰۰ ، ۱۰۰۰ ، ۲۰۰۰ ریالی .
ریاضی سوم ابتدایی	۱	۳۲	معرفی کیلومتر : تبدیل واحدهای متر و کیلومتر .
	۵	۵۹	خواندن ساعت : تمرین مطالب سال گذشته .
	۴	۶۰-۶۱	یادآوری مفهوم جرم : مقایسه‌ی جرم‌ها با گرفتن آن‌ها در دست .
	۴	۶۲	ترازو : مقایسه‌ی جرم‌ها با استفاده از ترازو .
	۴	۶۳-۶۴	اندازه‌گیری جرم : معرفی وزنه‌ی ترازو و کیلوگرم و گرم (بیان شده است که جرم ده‌دانه عدس ، تقریباً یک گرم است) ؛ از بچه‌ها خواسته شده است جرم‌های مختلف را با ترازو اندازه بگیرند .
	۱	۷۲	اندازه‌گیری طول و مقایسه‌ی پاره‌خط‌ها .
	۱	۷۳-۷۴	تخمین و اندازه‌گیری : حدس زدن طول پاره‌خط‌ها (۲تا۸سانتی‌متر) و سپس اندازه‌گیری آن‌ها .
	۱	۷۶	معرفی محیط .
	۱	۷۷-۷۸	تعیین محیط چند ضلعی‌ها : تمرین .
	۲	۱۱۸_۱۲۱	معرفی واحد اندازه‌گیری مساحت : اندازه‌گیری مساحت یک مستطیل با دو مربع مختلف و به دست آوردن عددهای مختلف . معرفی واحد استاندارد مساحت (یک سانتی‌متر مربع) و تمرین آن .
	۲	۱۲۲_۱۲۳	معرفی طول و عرض و دستور مساحت مستطیل و تمرین آن .
	۵	۱۴۱_۱۴۲	خواندن دقیقه‌های ساعت : تمرین خواندن ساعت (با دقیقه‌هایی که مضرب ۵ نیستند) .
	۵	۱۶۰_۱۶۱	خواندن ساعت در بعداز ظهر .
	۱	۱۶۳_۱۶۴	معرفی میلی‌متر : اندازه‌گیری تقریبی پاره‌خط‌ها با واحد سانتی‌متر ؛ معرفی میلی‌متر برحسب سانتی‌متر ؛ تمرین تبدیل واحدها و استفاده از خط‌کش .
	۵	۱۸۶	ساعت : استفاده از کلمات ربع و نیم .

ریاضی چهارم ابتدایی	۳	۱۱۰ـ۱۱۱	مفهوم گنجایش : خالی کردن مایع از ظرف بزرگ در ظرف‌های مشابه کوچک‌تر (گنجایش ظرف بزرگ، چند برابر گنجایش ظرف کوچک است؟) .
	۳	۱۱۲	معرفی واحد گنجایش : بیان داستانی درباره‌ی این‌که نداشتن واحد استاندارد، مشکل‌ساز است؛ معرفی واحد استاندارد لیتر .
	۱	۱۳۱	مفهوم محیط .
	۱	۱۳۴ـ۱۳۵	محیط چندضلعی‌ها .
	۱	۱۳۶ـ۱۳۸	دستور محیط چندضلعی‌های منتظم .
	۲	۱۶۷ـ۱۶۸	مساحت : مشابه سال سوم .
	۲	۱۶۹	واحد مساحت : مشابه سال سوم .
	۲	۱۷۰ـ۱۷۱	دستور مساحت مستطیل و مربع .
	۲	۱۷۵ـ۱۷۷	دستور مساحت متوازی‌الاضلاع و مثلث .
	۲	۱۷۹	حل مسأله .
ریاضی پنجم ابتدایی	۱	۳۴	مساحت : معرفی هکتار .
	۲	۳۵	معرفی کیلومتر و کیلومتر مربع .
	۵	۴۲	معرفی ثانیه .
	۵	۴۳	خواندن ساعت با ثانیه؛ معرفی اعداد مرکب (ثانیه، دقیقه، ساعت) .
	۵	۴۴ـ۴۶	مقایسه و جمع و تفریق اعداد مرکب .
	۲	۵۲ـ۵۳	دستور مساحت لوزی و ذوزنقه .
	۱	۸۶ـ۸۸	تمرین تبدیل واحدهای طول .
	۳	۹۳ـ۹۵	معرفی حجم و واحد اندازه‌گیری استاندارد سانتی‌متر مکعب .
	۳	۹۶ـ۹۷	به دست آوردن دستور حجم مکعب مستطیل و مکعب .
	۴	۱۰۷ـ۱۰۹	تبدیل واحدهای جرم : گرم و کیلوگرم؛ استفاده از اعداد اعشاری .
	۲	۱۱۳ـ۱۱۴	بازی و ریاضی : مساحت تقریبی شکل‌های نامنظم که بر صفحه‌ای شطرنجی رسم شده‌اند .
	۱	۱۱۵ـ۱۱۷	اندازه‌گیری محیط دایره : نسبت محیط به قطر؛ معرفی عدد پی؛ دستور محیط دایره؛ تبدیل دایره به چندضلعی‌های منتظم و مقایسه‌ی محیط‌ها .
	۳	۱۲۴	گنجایش : معرفی لیتر .
	۳	۱۲۵ـ۱۲۶	واحد گنجایش : رابطه‌ی بین لیتر، سی‌سی، متر معکب، سانتی‌متر مکعب .
	۲	۱۲۹ـ۱۳۰	دستور مساحت دایره .

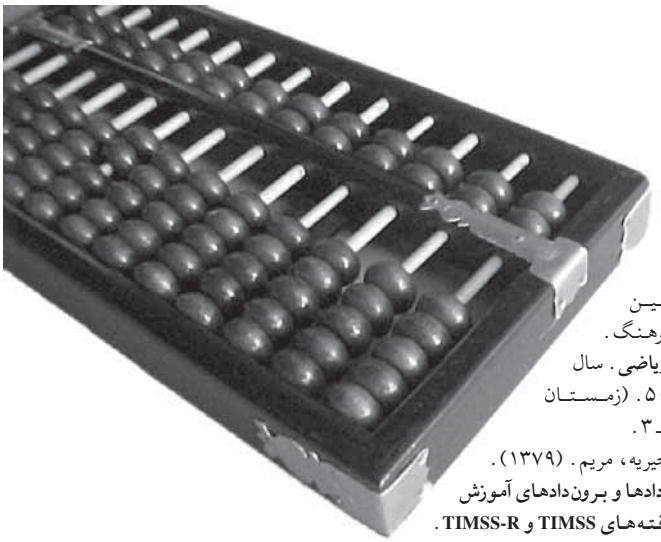


کتاب‌های ریاضی دوره ی راهنمایی

کتاب	کد مفهوم	شماره صفحه در کتاب	محتوای ارایه شده
ریاضی اول راهنمایی	۱ و ۳ و ۴	۶۸	تبدیل واحدها (تمرین در زمینه ی اعداد اعشاری) .
	۱	۸۲	مقایسه ی طول پاره‌خط ها و اندازه ی یک پاره‌خط : واحد قرار دادن طول یک پاره‌خط و محاسبه ی طول پاره‌خط های دیگر بر حسب آن .
	۱	۸۳	بیان رابطه ی بین واحدهای میکرون ، میلی‌متر ، سانتی‌متر ، متر و کیلومتر .
	۱	۸۳	تخمین طول پاره‌خط و سپس اندازه گیری آن .
	۱	۸۳ ـ ۸۴	به دست آوردن فاصله ی نقاط با خط کش .
	۱	۸۴ ـ ۸۵	تمرین در زمینه ی این که استفاده از چه واحدی ، در موارد مختلف ، مناسب است .
	۱	۸۵	آشنایی با ابعاد قطع وزیری .
	۱ و ۳	۱۲۳	استفاده از اندازه‌های اعشاردار در مسایل کلامی مربوط به مبحث اعداد اعشاری .
	۱ و ۵	۱۲۵ ـ ۱۲۹	دمای هوا ، زمان و ارتفاع از سطح دریا : برای معرفی اعداد مثبت و منفی .
ریاضی دوم راهنمایی	۱	۱۵۶ ـ ۱۵۸	معرفی مختصات و طول و عرض جغرافیایی .
	۲	۱۷۱ ـ ۱۷۲	مفهوم مساحت : تقسیم شکل های منظم به مربع های واحد ؛ تمرینی در این زمینه که : مساحت شکل ، با جابه‌جا کردن اجزای آن ثابت می ماند .
	۲	۱۷۳ ـ ۱۸۰	دستور مساحت مستطیل ، مربع ، متوازی‌الاضلاع ، مثلث ، لوزی ، ذوزنقه و دایره ؛ تمرین آن ها .
	۳	۱۸۹	معرفی واحد حجم : سانتی‌متر مکعب .
	۲ و ۳	۱۹۰ ـ ۱۹۷	دستور محاسبه ی حجم منشور و حجم استوانه ؛ تمرین درباره ی آن ها ؛ دستور محاسبه ی مساحت جانبی منشور و مساحت جانبی استوانه ؛ تمرین درباره ی آن ها .
ریاضی سوم راهنمایی	۲ و ۳	۱۴۶ ـ ۱۴۹	دستور حجم هرم ، حجم مخروط و حجم و سطح کره ؛ تمرین درباره ی آن ها .

زیرنویس ها

1. Bishop
2. Buys and De Moor
3. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)
4. Fey
5. Numeracy
6. Campbell
7. Baxter
8. Conceptualization of Number
9. Wagenen
10. Nonstandard Units
۱۱ . این لغت ، ترجمه ی مفهومی است که در متون مختلف با عناوین متفاوت زیر به کار رفته است :
Benchmark & Individual Frame of Reference & Reference Point
12. Estimation
13. Measure Sense
14. Sumio
15. Clements
16. National Assessment of Educational Progress
17. National Science Education Standards (NSES)
18. Gal'l perin
19. Georgiev
20. Figueras
21. Waldegg
22. Mental Ruler
23. Conceptual Ruler
24. Visible Units
25. Usiskin
26. Guess and Check
27. Practice with Feedback
28. Conceptual Scale
29. Mental Number Line
30. Crites
31. Nunes
32. Schliemann
۳۳ . LOGO توسط سیمون پیرت ابداع شده است .
34. Ethnomathematics
35. Culturally-based
36. TIMSS-R



بیشاپ، آلن. جی. (۱۳۷۶). رابطه‌ی بین آموزش ریاضی و فرهنگ. **مجله‌ی رشد آموزش ریاضی**. سال دوازدهم، شماره ۵۰. (زمستان ۱۳۷۶). صص ۱۱ ـ ۳.

کیامنش، علیرضا و خیریه، مریم. (۱۳۷۹). **روند تغییرات درون‌دادها و برون‌دادهای آموزش ریاضی براساس یافته‌های TIMSS و TIMSS-R**. پژوهشکده تعلیم و تربیت، انجمن بین‌المللی ارزشیابی پیشرفت تحصیلی.

رستمی، محمدهاشم و کریم‌پور، رحیم و للهی، کاظم. (چاپ ۱۳۸۴). **ریاضی اول دبستان**. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

دیبایی، محمدتقی و فرزان، مسعود. (چاپ ۱۳۸۴). **ریاضی دوم دبستان**. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

بابلیان، اسماعیل و بیژن‌زاده، محمدحسن و باهمت شیروانه‌ده، صفر. (چاپ ۱۳۸۴). **ریاضی سوم دبستان**. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

شیدفر، عبدالله و فرزان، مسعود و فرهودی‌مقدم، پرویز و کریم‌پور، رحیم. (چاپ ۱۳۸۵). **ریاضی چهارم دبستان**. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

بابلیان، اسماعیل و دیبایی، محمدتقی. (چاپ ۱۳۸۴). **ریاضی پنجم دبستان**. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

فرزان، مسعود و باهمت شیروانه‌ده، صفر و دیبایی، محمدتقی و فرهودی‌مقدم، پرویز. (چاپ ۱۳۸۵). **ریاضی اول راهنمایی**. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

فرزان، مسعود و باهمت شیروانه‌ده، صفر و دیبایی، محمدتقی و فرهودی‌مقدم، پرویز. (چاپ ۱۳۸۵). **ریاضی دوم راهنمایی**. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

فرزان، مسعود و باهمت شیروانه‌ده، صفر و دیبایی، محمدتقی و فرهودی‌مقدم، پرویز. (چاپ ۱۳۸۵). **ریاضی سوم راهنمایی**. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

دانش‌فر، حسین و امانی، محمود و محمودزاده، غلامعلی و ارشدی، نعمت‌الله و حسینی، احمد. (چاپ ۱۳۸۱). **علوم تجربی اول راهنمایی**. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

دانش‌فر، حسین و امانی، محمود و محمودزاده، غلامعلی و ارشدی، نعمت‌الله و حسینی، احمد. (چاپ ۱۳۸۱). **علوم تجربی دوم راهنمایی**. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

دانش‌فر، حسین و امانی، محمود و محمودزاده، غلامعلی و ارشدی، نعمت‌الله و حسینی، احمد و کرام‌الدینی، محمد. (چاپ ۱۳۸۱). **علوم تجربی سوم راهنمایی**. سازمان پژوهش و برنامه‌ریزی آموزشی، وزارت آموزش و پرورش.

توضیحات

نسخه‌ی ابتدایی و محدودتر چارچوب حاضر در این مقاله، در ششمین همایش انجمن برنامه‌ریزی درسی ایران (۱۶ و ۱۷ اسفندماه ۱۳۸۵، شیراز) ارائه شد. در این مقاله تحلیل محتوای کتاب‌های درسی، بر مبنای چارچوب توسعه یافته انجام شده است.

منابع

Baxter, M., Leddy, E., Richards, L., Tomlin, A., Coben, D. (April 2006). Research Report: Measurement wasn't taught when they built the pyramids, Was it?. National Research and Development Centre for adult literacy and numeracy. *http:..www.nrdc.org.uk*

Bergeson, T., Fitton, R., Bylsma, P., (2000). Teaching and Learning Mathematics: using research to shift from the 'yesterday' mind to the 'tomorrow' mind. *http://www.k12.wa.us*

Bishop, Alan. J. (1988). *Mathematical enculturation*. Dordrecht, Netherlands: Kluwer Academic, pp. 175-203.

Buys K. & De Moor E. (2005): Domain Description Measurement. In M. v. d.H. Panhuizen & K. Buys (Eds.); *Young Children Learn Measurement and Geometry.* pp 15-36, FI & SLO.

Campbell P. F. (1990). Young Children's Concept of Measure. In H. P. Steffe & T. Wood (Eds.); *Transforming Children's Mathematics Education: International Perspectives*. pp. 92-99, Lawtence Erlbaum associates, publishers. Hillsdale, New Jer*sey*.

Clements, Douglas H. (1999). Teaching Length Measurement: Research Challenges. *School Science and Mathematics*, Vol. 99, No. 1. (January 1999), pp. 5-11.

Crites, Terry. (1992). Skilled and Less Skilled Estimators' Strategies for Estimating Discrete Quantities. *The Elementary School Journal,* Vol. 92, No. 5. (May, 1992), pp. 601-619.

Fey J. T. (1990): Quantity. in L. A. Steen (Ed); *On The Shoulders Of Giants: new approaches to mumeracy.* pp 89-91, National Academy Press. Washington, D. C. 1990.

Joram, E., Subrahmanyam, K., Gelman, R. (1998). Measurement Estimation: Learning to Map the Route from Number to Quantity and Back. *Review of Educational Research,* Vol. 68, No. 4. (Winter, 1998), pp. 413-449.

Kordaki, M., Potari, D. (1998). Children's Approaches to Area Measurement through Different Contexts. *Journal of Mathematical Behavior*, Vol. 17, No. 3, pp. 303-316.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*.Reston, Va: NCTM, 2000.

National Research Council. (1996). National science education standards. Washington, DC: National Academy Press. [Available online at: *http://www.nap.edu/readingroom/books/nses/html]*

Sumio, M. (1990). Notes on Early Mathematical Experiences. In H. P. Steffe & T. Wood (Eds.); *Transforming Children's Mathematics Education: International Perspectives*. pp. 377-382, Lawtence Erlbaum associates, publishers. Hillsdale, New Jer*sey*.

Wagenen, R. K. V., Flora, J. A., Walker, A. A. (1976). The introduction of Mathematics through Measurement or through Set Theory: A Comparison. *Journal for Research in Mathematics Education,* Vol. 7, No. 5, (Nov., 1967), pp. 299-307.