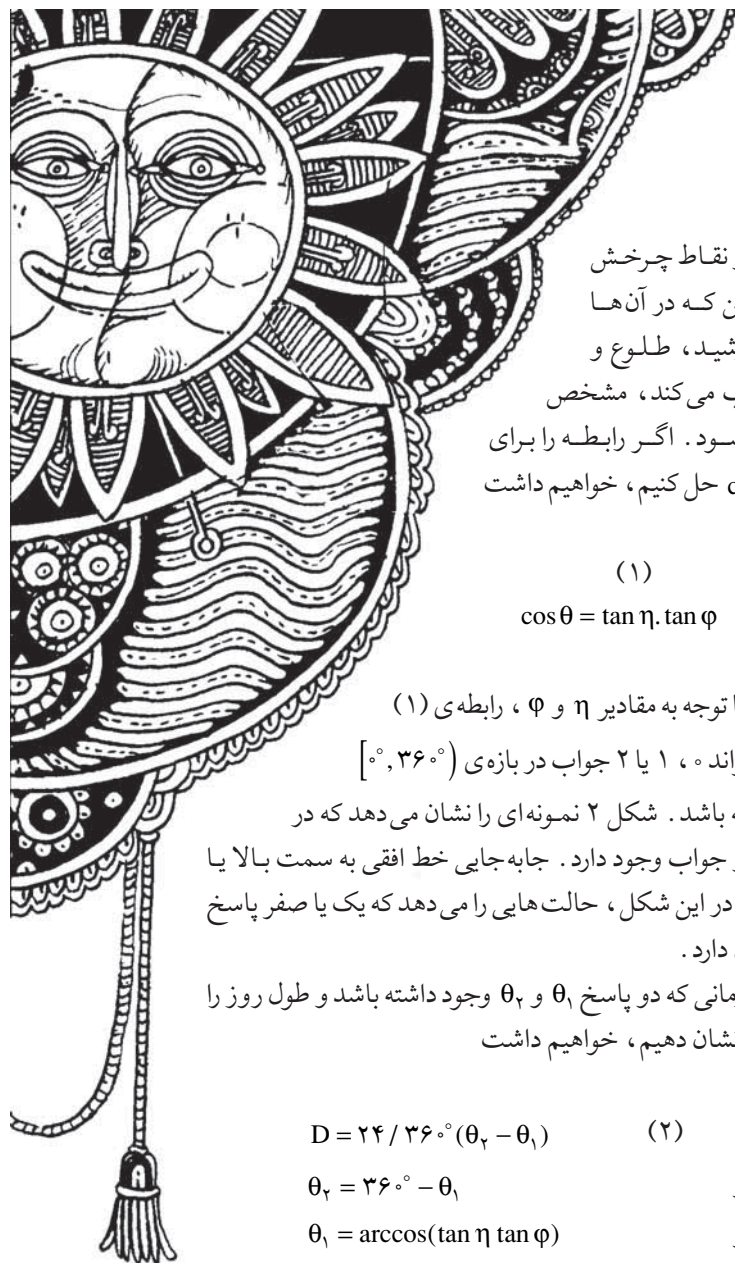




سپیده چمن آرا، هیأت تحریریه‌ی رشد آموزش ریاضی و دبیر ریاضی مدارس راهنمایی منطقه‌ی ۲ تهران

۵۴
رشاد
الافشار
دوره ی بیست و پنجم، شماره ی ۲
مستان ۱۳۸۶



و نقاط چرخش
زمین که در آن‌ها
خورشید، طلوع و
غروب می‌کند، مشخص
می‌شود. اگر رابطه را برای
 $\cos \theta$ حل کنیم، خواهیم داشت

(۱)

$$\cos \theta = \tan \eta \cdot \tan \varphi$$

با توجه به مقادیر η و φ ، رابطه‌ی (۱)

می‌تواند 0° ، 1° یا 2° جواب در بازه‌ی $[0^\circ, 36^\circ]$

داشته باشد. شکل ۲ نمونه‌ای را نشان می‌دهد که در
آن دو جواب وجود دارد. جابه‌جایی خط افقی به سمت بالا یا
پایین در این شکل، حالت‌هایی را می‌دهد که یک یا صفر پاسخ
وجود دارد.

زمانی که دو پاسخ θ_1 و θ_2 وجود داشته باشد و طول روز را
با D نشان دهیم، خواهیم داشت

$$D = 24 / 360^\circ (\theta_2 - \theta_1) \quad (2)$$

$$\theta_2 = 36^\circ - \theta_1 \quad \text{و}$$

$$\theta_1 = \arccos(\tan \eta \tan \varphi) \quad \text{و}$$

با این مختصات، واحد بردار واحد عمود خارج گرد در آن
مکان و چرخش (φ, θ) ، با

$$n(\varphi, \theta) = [\cos \theta \cos \varphi, \sin \theta \cos \varphi, \sin \varphi]^T$$

مشخص می‌شود که با استفاده از مختصات کروی ای که در
آن صفحه‌ی $\varphi = 0^\circ$ روی خط استوا قرار گیرد، به دست آمده
است.

فرض کنید در روز مورد نظر، $\eta \in [-23/5, 23/5]$ ،
زاویه‌ی بین اشعه‌ی خورشید با صفحه‌ای باشد که خط استوای
زمین را در بر می‌گیرد.

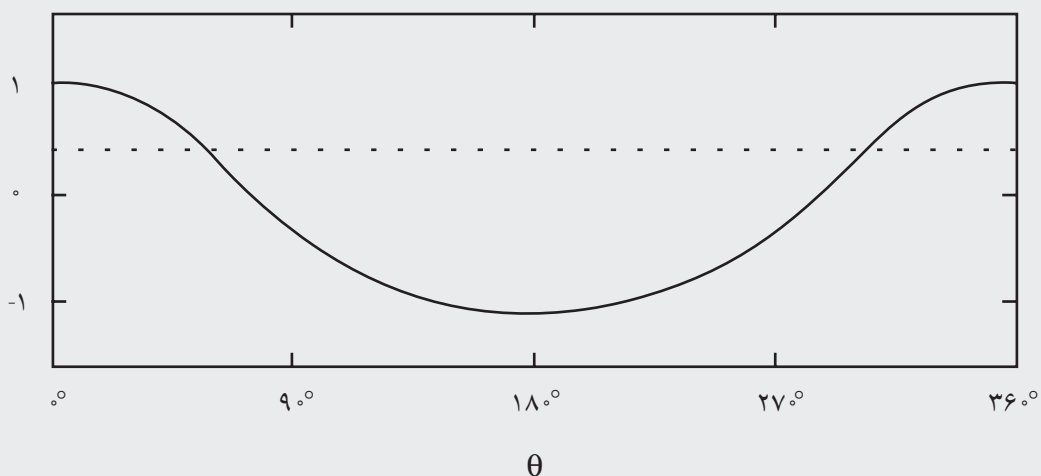
به عنوان مثال، $\eta = 0^\circ$ در روز اول بهار یا پاییز و
 $\eta = 23/5^\circ$ در طولانی‌ترین روز تابستان. برداری که
نشان‌دهنده جهت اشعه‌ی خورشید است
 $I(\eta) = [\cos \eta, \sin \eta]^T$ است. (در $-n(\varphi, \theta)$ ، قرار
می‌دهیم $\theta = \eta$ و $\theta = 180^\circ$).

طلوع و غروب خورشید زمانی اتفاق می‌افتد که بردار
 $n(\varphi, \theta)$ و $I(\eta)$ بر هم عمود باشند یا - معادلاً - حاصل ضرب
داخلی آن‌ها برابر صفر باشد. در این صورت مقدار θ به گونه‌ای
است که

$$I(\eta) \cdot n(\varphi, \theta) = \cos \eta \cos \theta \cos \varphi - \sin \eta \sin \varphi = 0$$

شکل ۲. ترسیم $\cos \theta$ و تابع ثابت $\tan(23/5^\circ) \tan(46/1^\circ) \approx 0/452$

از چپ به راست، دو محل تقاطع، نشان‌دهنده‌ی به ترتیب طلوع و غروب خورشید هستند.



برای محاسبه‌ی طول روز در «والا والا» ($\phi = 46/5^\circ$) در طولانی‌ترین روز تابستان ($\eta = 23/5^\circ$)، از رابطه‌ی ۲ استفاده کرده و درمی‌یابیم $\theta_1 = 63/1^\circ$ و $\theta_2 = 296/8^\circ$. بنابراین $D = 15/58$ ساعت (۱۵ ساعت و ۳۵ دقیقه). اگر شما عرض جغرافیایی مکان مورد نظر خودتان، ϕ را در رابطه‌ی ۲ جاگذاری کنید، می‌توانید طول روز خودتان را طولانی‌ترین روز تابستان به دست آورید.

البته با خطایی نسبی در حدود ۱ درصد، در سایت اینترنتی <http://aa.usno.navy.mil> مقدار ۱۵ ساعت و ۴۶ دقیقه توسط رصدخانه‌ی دریایی ایالات متحده (USNO) اعلام شده است که این اختلاف ۱۱ دقیقه‌ای، چشم‌گیر می‌باشد. عمده‌ی این اختلاف از تعاریف طلوع و غروب خورشید که توسط (USNO) استفاده شده است ناشی می‌شود: به منظور مقاصد محاسباتی، طلوع و یا غروب به این صورت تعریف می‌شود که مرکز خورشید از لحاظ هندسی، $5/6^\circ$ پایین‌تر از سطح افق باشد.

مدل ما به صورت ضمنی فرض می‌کند که در زمان طلوع یا غروب خورشید، مرکز خورشید درست در سطح افق باشد. از آن‌جا که زمین در ۲۴ ساعت، 360° می‌چرخد، حدود ۳ دقیقه و 20° ثانیه طول می‌کشد تا زمین 50° کمان دقیقه یعنی $5/6^\circ$ بچرخد با این فرض که خورشید عمود بر صفحه‌ی افق طلوع می‌کند. این امر موجب می‌شود طول روز حداقل ۶ دقیقه و 40° ثانیه طولانی‌تر شده و در نتیجه موجب این اختلاف می‌شود. دیگر جنبه‌های جالب دستگاه زمین-خورشید که در این مدل نادیده گرفته شده‌اند، عبارتند از:

۱. ما فرض کردیم که η در دوره‌ی ۲۴ ساعت، ثابت باشد. از آن‌جا که زمین به حرکت در طول مدارش ادامه می‌دهد، این عدد در طول روز کمی تغییر خواهد کرد.
۲. زمین، کروی کامل نیست. بهتر است آن را به صورت یک کروی دو سر تخت در نظر گرفت. شکلی که در اثر دوران یک بیضی حول قطر کوچکش، حاصل می‌شود. در شکل رسمی زمین، براساس محاسبات دانشمندان زمین‌شناس، جان فیلمور و هی فورد در سال ۱۹۰۹، نسبت قطر کوچک‌تر به قطر بزرگ‌تر، تقریباً $997/1000$ می‌باشد [۱].
۳. انحنای زمین همیشه $23/5^\circ$ نیست. انحنای

محور زمین، در هر ۲۰۰۰۰ سال، چیزی حدود $1/5^\circ$ تغییر می‌کند که $23/5^\circ$ میانگین آن می‌باشد [۲]. و این امر می‌تواند کمی در مقدار η در یک زمان خاص از سال، تأثیر بگذارد.

۴. شعاع‌های خورشید در اطراف زمین، موازی نیستند؛ لیکن واگرایی آن‌ها بسیار ناچیز است.

با استفاده از رویکرد (مدل) فوق، می‌توان ضمن محاسبه‌ی طول روز، تعدادی تمرین جالب دیگر نیز کشف کرد. مدارهای قطبی. مدارهای قطب شمال و قطب جنوب، عرض‌های جغرافیایی هستند که متمم انحراف محور زمین باشند. در مدل ما، فرض می‌کنیم انحراف محور زمین $23/5^\circ$ باشد: پس، در این مدل، دایره‌ی قطبی شمال، $66/5^\circ$ درجه‌ی شمال جغرافیایی می‌باشد. نشان دهید در مکان‌هایی که بالای دایره‌ی قطبی قرار دارند، خورشید در زمستان طلوع نمی‌کند. اعتدالین. اعتدال زمانی به وقوع می‌پیوندد که خورشید در صفحه‌ای که از خط استوای زمین می‌گذرد، قرار گیرد. این امر، دوبار در هر سال رخ می‌دهد، یک بار در شروع فصل بهار و یک بار در آغاز فصل پاییز. در مدل ما، در زمان اعتدالین، $x = 0$ می‌باشد. با استفاده از (۲) ثابت کنید که در این روزها، هر مکانی در روی زمین، به جز قطبین، روز و شب مساوی-۱۲ ساعتی-دارند. در قطبین چه اتفاقی خواهد افتاد؟

بیش‌ترین ارتفاع خورشید. بیش‌ترین ارتفاع خورشید در یک روز، برابر با بیش‌ترین زاویه‌ی μ است که خورشید بر فراز افق طلوع می‌کند که در نیمه‌ی روز ($\theta = 18^\circ$) اتفاق می‌افتد. از آن‌جا که $n(\phi, 18^\circ)$ و $I(\eta)$ بردارهای واحد هستند، زاویه‌ی α بین آن‌ها در رابطه‌ی $\cos \alpha = I(\eta) \cdot n(\phi, 18^\circ)$ صدق می‌کند. در نتیجه $|\eta - \phi| - 9^\circ = \mu$.

در زادگاه شما در طولانی‌ترین روز تابستان، μ چقدر است؟ در طولانی‌ترین شب زمستان چطور؟

منابع
1. J. P. Snyder, Map Projections Used by the U. S. Geological Survey (2nd ed), United States Government Printing Office, 1984.
2. J. Imbrie and K. P. Imbrie, Ice Ages: Solving the Mystery, Enslow Publishers, 1979.

منبع اصلی ترجمه شده
Albert Schueller, How Long Was Your Day? The College Mathematics Journal, Vol. 35, No. 1, January 2004.