

کره هندسه روی

نویسنده:

هارولد آر. جکوبز

مترجم:

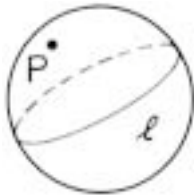
مانی رضائی



این داستان مصور چند سؤال در مورد هندسه‌ای که تدریس می‌کنیم و رابطه بین آن با زمینی که در آن زندگی می‌کنیم، مطرح می‌کند. برای مثال به فاصله دو نقطه فکر کنید. در صفحه، این فاصله برابر با اندازه پاره خط بین این دو نقطه است، اما در سطح کره برابر با طول کمانی بین این دو نقطه است. هرچند که بین این دو نقطه منحنی‌های زیادی می‌توان رسم کرد، ولی تنها یکی از آن‌ها کوتاه‌ترین طول را دارد. این کمان بخشی از دایره عظیمه‌ای است که از دو نقطه می‌گذرد.

اقلیدس خط‌های موازی را چنین تعریف می‌کند «خط‌هایی که در یک صفحه واقع‌اند و از دو طرف تا بی‌نهایت ادامه دارند اما یکدیگر را در هیچ یک از دو طرف قطع نمی‌کنند.» در این داستان مصور، پیتر در نشان دادن این که روی سطح زمین خط‌های موازی وجود دارند ناموفق است. متأسفانه، تکه چوب دو شاخه پتر در سفر طولانی وی تا نیمه ساییده شد و بنابراین در پایان این سفر، دوستان پیتر شاهد برخورد «خط‌های موازی در یک نقطه بودند.»

با این ایده جدید نتیجه غافل گیر کننده ای در مورد نقطه ها و خط ها به دست می آید. در شکل بعد، نقطه P و خط L که شامل P نیست نشان داده شده است. از نقطه P چند خط موازی با L می توان رسم کرد؟



شکل ۴

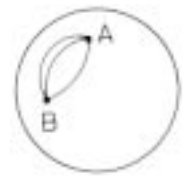
با توجه به آن که تعریف خط های موازی چنان است که در یک صفحه باشند و یکدیگر را قطع نکنند، بدون تردید لازم است به جای «صفحه»، «کره» قرار گیرد. از نقطه P چند خط می توان روی کره رسم کرد که خط L را قطع نکند؟ جواب «هیچ» است. هر دایره عظیمه کره، تمام دایره های عظیمه کره را قطع می کند! اما این به چه معنی است؟ این بدان معنی است که در ابتدای راه هندسه ای هستیم که اصل موضوع توازی نقض شده است؛ به ازای هر نقطه غیر واقع بر یک خط، هیچ خطی موازی خط داده شده وجود ندارد.

با تغییر اصول موضوع های دیگر در مورد فاصله و میان بود و این فرض که خط موازی وجود ندارد، می توانیم هندسه ای جدید با انواع قضیه های غیرمنتظره پدید آوریم. هرچند این قضیه ها از بیخ و بن، متناقض با چیزی است که در آموزش هندسه فرا گرفته ایم، اما حسی از این اصل موضوع توازی جدید نسبت به انواع دیگر آن پدید می آورد. این هندسه یکی از دو نوع هندسه ناقلیدسی است.



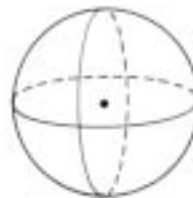
مرجع اصلی

Harold R. Jacobs, *Geometry*, 2nd Ed. Freeman and Company, New York, 1987, pp 580-581.



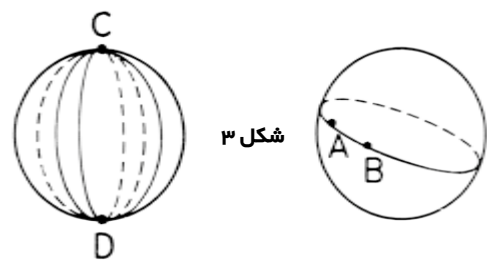
شکل ۱

■ تعریف: دایره عظیمه کره مجموعه نقاطی است که از نقاط آن کره با صفحه ای گذرا از مرکزش به دست می آید. نصف النهار (هر دایره ای که از قطب ها بگذرد) و خط استوا، مثال هایی از دایره های عظیمه روی زمین هستند. با توجه به آن که فاصله روی سطح زمین با اندازه گیری در امتداد دایره های عظیمه صورت می گیرد، می توانیم فرض کنیم این دایره ها «خط ها»ی هندسه کروی را تشکیل می دهند.



شکل ۲. «خط ها» روی کره

برای این که بتوانیم کاری انجام دهیم، لازم است اصل موضوع های مربوط به خط ها و نقطه ها را دوباره بررسی کنیم. در شکل سمت راست پایین، دقیقاً یک خط از نقطه های A و B می گذرد، با این وجود در شکل سمت چپ، بیش از یک خط از نقطه های C و D می گذرد. به این علت نقطه های C و D یک جفت نقطه قطبی هستند.



شکل ۳

■ تعریف: نقطه های قطبی دو نقطه تقاطع کره با هر خط راست گذرا از مرکز آن هستند.

برای رفع مشکل «گذشتن بیش از یک خط از دو نقطه قطبی»، باید این گونه نقطه ها را یک نقطه به حساب آورد. با پذیرفتن این مطلب که هر وقت می گوییم «دو نقطه» منظورمان دو نقطه غیرقطبی است، این اصل موضوع را که «از هر دو نقطه تنها یک خط می گذرد» نجات داده ایم.