

## نکته:

تعداد جملات بسط  $(a_1 + a_2 + \dots + a_k)^n$  برابر است با تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله‌ی

$$\cdot \binom{n+k-1}{k-1} = x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$$

زیرا هر جمله‌ی بسط فوق شامل عبارت  $(a_1^{x_1} a_2^{x_2} \dots a_k^{x_k})$  است که در آن باید  $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$  . تعداد جواب‌های معادله‌ی اخیر نیز همان تعداد جملات بسط است . مثال ۱۳ . تعداد جملات بسط  $(a+b+c)^n$  را به دست آورید .

$$x+y+z=9 \rightarrow \binom{11}{2} = 55$$

توجه : تعداد جواب‌های صحیح و مثبت نامعادله‌ی  $x_1 + x_2 + \dots + x_k < n$  برابر است با تعداد جواب‌های صحیح و مثبت معادله‌ی  $(x_{k+1} > 0) x_1 + x_2 + \dots + x_k + x_{k+1} = n$  :

$$\cdot \binom{n-1}{k}$$

مثال ۱۴ . تعداد جواب‌های صحیح و مثبت این نامعادله را باید .

$$x+y+z < 7$$

$$x+y+z < 7 \leftrightarrow x+y+z+t=7 \rightarrow \binom{6}{3}$$

## نکته:

الف) تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی نامعادله‌ی  $x_1 + x_2 + \dots + x_k < n$  با تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله‌ی  $x_1 + x_2 + \dots + x_k + x_{k+1} = n$  ، با شرط  $x_{k+1} \geq 1$  ، یعنی با تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله‌ی

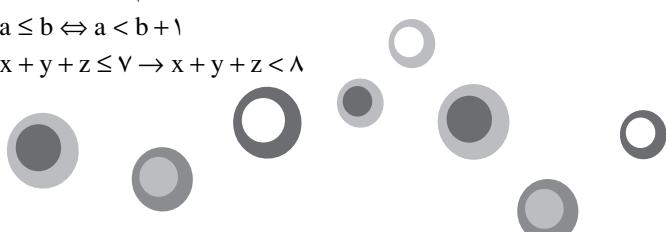
$$\cdot \binom{n-1+k}{k} = x_1 + x_2 + \dots + x_k + x_{k+1} = n-1$$

برابر است .

ب) در اعداد صحیح همواره می‌توان از نامساوی  $a \leq b$  نامساوی  $a < b+1$  را نتیجه گرفت . بنابراین ، اگر نامعادله با رابطه‌ی کوچک‌تر یا مساوی ( ) مورد نظر باشد ، ابتدا یک واحد به عدد  $n$  می‌افزاییم و سپس با توجه به دو نکته‌ی قبل ، تعداد جواب‌های مورد نظر را محاسبه می‌کنیم .

$$a \leq b \Leftrightarrow a < b+1$$

$$x+y+z \leq 7 \rightarrow x+y+z < 8$$



## ادب ریاضی

لابد میل دارید بدانید که «اراتونستن» چگونه برای اندازه‌گیری زمین اقدام کرد . استدلال او ، این بود : با توجه به این که محیط دایره به  $360^\circ$  درجه تقسیم می‌شود ، اگر من بتوانم طول یک درجه‌ی آن را بر حسب استاد «stade» معین کنم (هر استاد تقریباً  $157,5$  متر است) ، برای تعیین محیط کره‌ی زمین کافی است که عدد حاصل را در  $360^\circ$  ضرب کنم . در واقع ، مطلب رجوع شده بود به این که طول کمان یک درجه را معین کنند .