

نگارش موضوع‌های ریاضی با جمله‌های بسیار، در بعضی موارد مناسب نیست. در بسیاری از موارد، نگارش یک موضوع ریاضی با رسم اشکال متعدد که هر یک از آن‌ها مرحله‌ای از اثبات را بیان می‌کند، با توضیح‌های کوتاه و رسا بسیار مناسب است. افزون بر این، به کارگیری نشان‌ها برای پرهیز از نگارش بعضی جمله‌ها و به کارگیری پیکان‌ها برای ارجاع‌ها و به طور کلی هرگونه اشاره‌ی کوتاه و رسا برای اثبات موضوع، به سرعت فهماندن کمک شایانی می‌کند.

این شیوه‌ی نگارش موضوع علمی، فکر خواننده را بیشتر متمرکز می‌کند، زیرا چشم خواننده، اشکال و نشان‌ها را با سرعت بیشتر می‌پیماید تا جمله‌ها را.

هم‌چنین، یک شیوه‌ی مناسب در نگارش موضوع‌های علمی آن است که در یک صفحه‌ی کتاب، موضوع (یا قسمتی از آن) را شرح دهیم (با جمله‌های کافی و فرمول‌ها و شکل‌ها) و در صفحه‌ی مقابل (یا در زیر صفحه، اگر جا کافی باشد) همان مطلب را فقط با شکل‌ها و فرمول‌های مربوط و پیکان‌ها (بدون جمله و یا با تعداد کمی جمله‌های کوتاه) مطرح کنیم تا خواننده برای مطالعه‌ی دوباره یا سه باره‌ی موضوع، فقط همان صفحه‌ی دوم را از نظر بگذراند. با این شیوه‌ی نگارش، نوشته با سرعت زیاد در ذهن خواننده مرور می‌شود. این روش نگارش مطالب، به پرورش فکر علمی کمک شایانی می‌کند. ممکن است بعضی کسان بگویند، این روش نگارش اقتصادی نیست (مصرف زیاد کاغذ). اما اگر توجه کنیم که در این روش، هنگام مطالعه‌ی دوباره یا سه باره‌ی موضوع،

وقت کمی مصرف می‌شود و افزون بر این، روش یاد شده به تمرکز فکر و قدرت تفکر کمک می‌کند که این لازمه‌ی پرورش خلاقیت است، آن‌گاه در می‌یابیم که این روش بسیار هم اقتصادی است.

در سطرهای آینده، چند مسئله‌ی ریاضی را با شیوه‌ی نگارشی که یاد کردم، می‌نگارم. در پایان مقاله، اثباتی برای هم‌رسی میانه‌های مثلث عرضه شده که از آن نگارنده است. این اثبات جذاب و زودفهم است. تصور می‌کنم دانش‌آموزان آن را کاملاً پسندند.

در آغاز مقاله‌ی خود، داستان انجمن متفکران را آورده‌ام. نخستین بند مرام این انجمن آن بود که اعضای آن بسیار بیندیشند و اندیشه‌ی خود را با عبارات کوتاه بیان کنند و سخن نگویند، مگر به ضرورت.

چون شیوه‌ی کار اعضای انجمن متفکران با شیوه‌ی نگارش موضوع‌های علمی مورد نظر هماهنگ است، از این رو آن داستان را در مقدمه‌ی مقاله‌ی خود یاد می‌کنم.

انجمن متفکران

آورده‌اند که در یکی از بلاد مشرق که امن و راحت هنرپرور بود و عدل و انصاف سایه گستر، گروهی از دانشمندان حقیقت‌جوی و هنرپیشگان بی‌های هوی، انجمنی ساخته و در تحقیق حقایق و استکشاف دقایق علم و ادب رنج می‌بردند، چون آنان را جز دانش و هنر، مطلوبی و جز ترقی فرهنگ و معرفت، مقصودی نبود. غول اغراض از آن مجمع گریخته و دیو خودنمایی

نگارش ریاضیات در انجمن

از آن ساحت رخت بر بسته بود. فضلالی انجمن متفکران سر در گریبان تحقیق فرو برده و زنگ شهرت و جاه طلبی از رخسار عمل خویش سترده بودند و برای این که در گفت و گوها و مباحثات علمی نیز حب سخن پردازی بر انصاف و اعتدال غالب نگردد، چنین قرار گذاشته بودند که اعضای این انجمن:

همواره بیندیشند و کم بنویسند و سخن نگویند الا به ضرورت. از این رو، محفل آنان را انجمن متفکران می خواندند. با وجود آن که اعضای آن انجمن بسیار کم سخن می گفتند، آوازه دانش و کمالات آنان به هر جا رسید و بسیاری از دانشمندان آرزوی عضویت در انجمن متفکران را داشتند. اما چون شماره ای افراد آن انجمن تنها ۱۰۰ بود، پذیرش خواهان تازه ای عضویت ممکن نبود.

در یکی از شهرستان های دور، دانایی بود به جمال حکمت آراسته و از نقص بشریت پیراسته.

حضرتش ملجأ طالبان معرفت و پیشگاهش مطاف صاحبان ذوق و قریحت بود. همواره آرزو داشت که از غوغای عوام رسته و در سلک خواص پیوسته گردد و از محفل مریدان ناهنجار، به مجلس یاران غمگسار درآید و چون فطرتاً از هرزه درایی بلکه از سخن سرایی اکراه داشت، انجمن متفکران را بهترین مقام می پنداشت.

روزی خبر یافت که جایی در آن محفل انس خالی شده است. بی درنگ بار سفر بر بست و بیابان ها و کوهسارها درنوردید تا به شهر انجمن متفکران رسید. هم چنان از گرد راه به درگاه علما شتافت و سطری در نهایت ایجاز بر ورقی نوشت و به دربان داد

متفکران

● دکتر احمد شرف الدین

که: فلان بر در است و افتخار عضویت را منتظر.

قضا را کار از کار گذشته و دیگری در مکان خالی نشسته بود. چون رئیس انجمن، حاضران را از مضمون آن سطر آگاهی داد، آه حسرت از دل ها برآمد و دود غبن و اسف از سرها برخاست، زیرا که همه را پایه ی دانش و مایه ی بیش آن استاد مسافر معلوم بود و از صفت ممتاز و خصلت بی انباز او، یعنی سکوت تام و احتراز از کلام او خبر داشتند و به جان، مشتاق همدمی و مصاحبت او بودند؛ اما چه چاره که در روز پیش، یکی از مدعیان با اقتدار و عاشقان نام و اشتها، کرسی خالی را فرو گرفته.

رئیس انجمن که ناگزیر بایستی آن خبر ملالت اثر را به دانای مسافر بدهد، در حیرت بود که چگونه این تکلیف دشوار را به انجام رساند. دیر زمانی در بحر فکرت فرو رفت، به هر راهی که موافق حسن مجاملت و مطابق آداب صحبت بود، اندیشه کرد. عاقبت بفرمود تا جامی آوردند و چندان آب در آن ریختند که گنجایش ذره ای بیش نداشت؛ چنان که اگر قطره ای بر آن می افزودند، به همان مقدار از جام فرومی ریخت. پس اشارت کرد تا میهمان را به درون آوردند. حکیم با سادگی و خضوعی که نشانه ی اهل فضل و کمال است، درآمد. رئیس از جای برخاست و بی آن که سخنی بر زبان راند، جام مالا مال را بانهایت اندوه و ملال به وی نمود.

حکیم به فراست دریافت که عدد افراد انجمن کامل و تمّنی او باطل است. لکن پای ثبات او از جای به در نرفت و خواست تا به وسیلتی، مجلسیان را آگاه کند که از افزودن عضوی، انجمنی را و از افکندن دانه، خرمنی را زیان نرسد و در حیرت بود که چگونه بی دستاویز کلام، این مرام را ادا کند که ناگاه در پیش پای خود، برگ گلی افتاده دید. حکیم آن برگ را برگرفت و آهسته بر سطح جام قرار داد. چنان که قطره ای فرو نریخت و چنین کدورتی بر رخسار مصفای آب نیفتاد.

حاضران چون این جواب ظریف بدیدند، یکباره شادمان شدند و کف ها زدند و به اتفاق، آن بزرگوار را برخلاف رسم و قانون انجمن، پذیرفتند و دفتر عضویت را پیشش نهادند تا مانند دیگران نام و نشان را به خط خویش بنگارد. حکیم چون از این کار پرداخت، لازم دید که بنا بر مرسوم، کلمه ای چند در سپاس بگوید، اما چون قرار بود سخن نگویند الا به ضرورت؛ در حاشیه ی دفتر، عدد صد را که شماره ی اعضای انجمن بود، نگاشته، صفری پیش از صد گذاشت (۰۱۰۰) و در زیر آن چنین نوشت: «به این مقدار نه چیزی افزوده شد، نه چیزی کم». رئیس انجمن قلم برگرفت و با همان سادگی و ادب، عدد صد را بنگاشت و صفری پس از آن بگذاشت (۱۰۰۰) و بنوشت: «قدر ما ده برابر گشت».

مسئله‌ی اول (شطرنج)

۱	۲	۴	۸	۱۶	۳۲	۶۴	۱۲۸
۲۵۶							
							۲۶۳

$$\begin{cases} S = 1 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^{63} \\ S = ? \end{cases}$$

در صفحه‌ی شطرنج، در خانه‌ی اول، یک گندم می‌گذاریم و در خانه‌ی دوم دو گندم. سپس در هر خانه دو برابر خانه‌ی پیشین گندم می‌گذاریم. می‌خواهیم مجموع دانه‌های گندم را حساب کنیم.

حل

$$S + 1 = \underbrace{1+1}_2 + 2 + 4 + 8 + \dots + 2^{63}$$

$$S + 1 = \underbrace{2+2}_4 + 4 + 8 + \dots + 2^{63}$$

$$S + 1 = \underbrace{4+4}_8 + 8 + \dots + 2^{63}$$

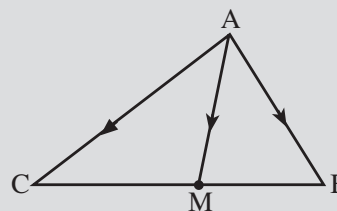
$$S + 1 = \underbrace{8+8}_{16} + \dots + 2^{63}$$

.....

$$S + 1 = \underbrace{2^{62} + 2^{62}}_{2^{63}} + 2^{63} = 2^{63} + 2^{63}$$

$$S = 2^{64} - 1$$

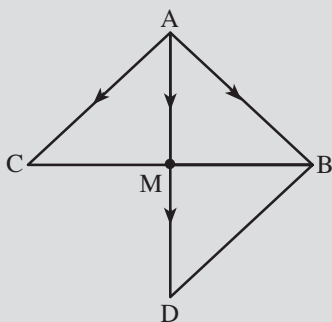
$$S = 18 \quad 446 \quad 744 \quad 073 \quad 709 \quad 551 \quad 615$$

مسئله‌ی دوم


$$MB = MC \Rightarrow \vec{AB} + \vec{AC} = 2\vec{AM}$$

در مثلث ABC پاره خط AM میانه است، ثابت کنید...

حل



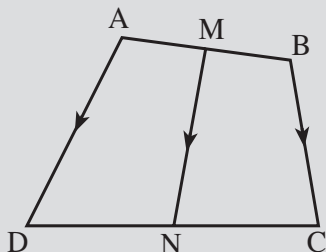
$$\vec{MD} = \vec{AM}$$

$$\begin{cases} MC = MB \\ AM = MD \end{cases} \Rightarrow \triangle AMC = \triangle BMD$$

اندازه‌ی زاویه $\angle AMC = \angle BMD$

$$\triangle AMC = \triangle BMD \Rightarrow \begin{cases} AC \parallel BD \\ AC = BD \end{cases} \Rightarrow \vec{AC} = \vec{BD}$$

$$\vec{AC} = \vec{BD} \Rightarrow \vec{AB} + \vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BD} = \vec{AD} = 2\vec{AM}$$

مسئله‌ی سوم


$$\begin{cases} MA = MB \\ ND = NC \end{cases} \Rightarrow \vec{AD} + \vec{BC} = 2\vec{MN}$$

در چهارضلعی ABCD (هامنی یا ناهامنی) دو نقطه‌ی M و N به ترتیب وسط‌های دو ضلع روبه‌روی AB و CD هستند. ثابت کنید:

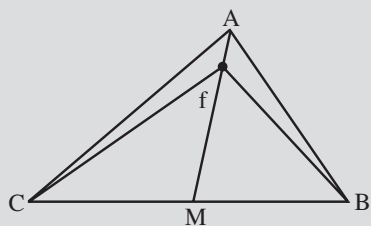
$$\vec{AD} + \vec{BC} = 2\vec{MN}$$

حل

$$\vec{MN} = \vec{MA} + \vec{AD} + \vec{DN}$$

.....
.....

مسئله‌ی چهارم



$$\begin{cases} MB = MC \\ P \in AM \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{مساحت } \triangle PMB = \text{مساحت } \triangle PMC \\ \text{مساحت } \triangle PAB = \text{مساحت } \triangle PAC \end{cases}$$

بند ۳: نقطه‌ی P را روی میانه‌ی AM از نقطه‌ی A به سوی نقطه‌ی M حرکت می‌دهیم. مساحت مثلث‌های PAB و PAC از صفر به سوی نصف مساحت مثلث ABC تغییر می‌کند. پس نقطه‌ای چون A' روی میانه‌ی AM وجود دارد، به طوری که:

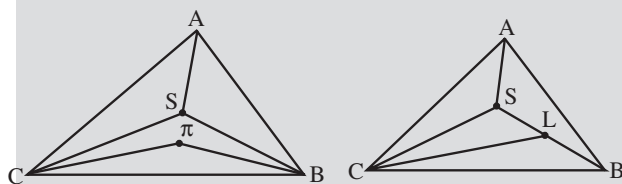
مساحت $\triangle A'AB = \text{مساحت } \triangle A'BC = \text{مساحت } \triangle A'CA$
 بند ۴: با همین شیوه‌ی استدلال نتیجه می‌گیریم که نقطه‌ی B' روی میانه‌ای که از رأس B می‌گذرد وجود دارد، به طوری که:

$$\text{مساحت } \triangle B'AB = \text{مساحت } \triangle B'BC = \text{مساحت } \triangle B'CA$$

و نیز نقطه‌ی C' ...

بند ۵: داخل مثلث ABC، تنها یک نقطه‌ی S وجود دارد، به طوری که:

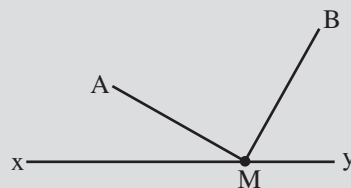
$$\text{مساحت } \triangle SAB = \text{مساحت } \triangle SBC = \text{مساحت } \triangle SCA$$



مساحت‌های مثلث‌های MBC و LBC، از یک سوم مساحت مثلث ABC کمترند.

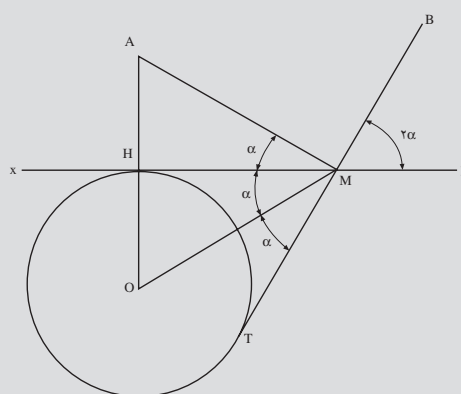
بند ۶: پس سه نقطه‌ی A'، B' و C' برهم منطبق‌اند، یعنی سه میانه‌ی هر مثلث هم‌مس‌اند.

لازم به ذکر است، اثبات هم‌مس سه میانه که در سطرهای بالا بیان شد، از آن صاحب این قلم است.



در صفحه‌ی P، خط XY و دو نقطه‌ی A و B داده شده‌اند. بر خط XY نقطه‌ی M را چنان بگیرید که اندازه‌ی زاویه‌ی BMY دو برابر اندازه‌ی زاویه‌ی AMX باشد.

حل



(۱) رسم خط AHC عمود بر خط XY

$$HC = HA \quad (۲)$$

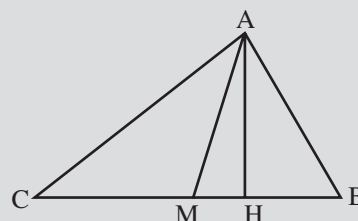
(۳) رسم دایره به مرکز C و شعاع CH

(۴) رسم مماس BT

$$M = BT \cap XY \quad (۵)$$

مسئله‌ی پنجم

ثابت کنید در هر مثلث، سه میانه هم‌مس‌اند.



بند ۱:

$$\begin{cases} MB = MC \\ AH \perp BC \end{cases}$$

$$\text{مساحت } \triangle AMB = \text{مساحت } \triangle AMC$$

بند ۲: