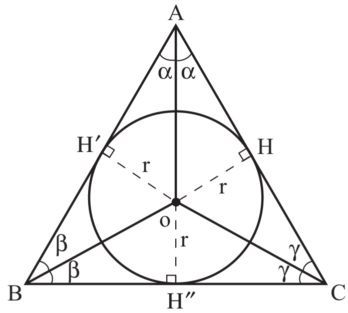
مثلث ABC باشند، ثابت کنید:

$$\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h_c}=\frac{1}{r}$$

* * *

اکنون به کمک این سه قضیه، می‌توان درستی قضیه‌ی هرون را به‌سادگی اثبات کرد. مرکز دایره‌ی محاطی مثلث ABC، نقطه‌ی برخورد نیم‌سازهاست. بنابراین مطابق شکل داریم:



$$\Delta OAH: tg\alpha=\frac{r}{AH}=\frac{r}{p-a}$$

$$\Delta OBH': tg\beta=\frac{r}{BH'}=\frac{r}{p-b},\ \Delta OCH'': tg\gamma=\frac{r}{CH''}=\frac{r}{p-c}$$

$$2\alpha+2\beta+2\gamma=180^\circ\Rightarrow\alpha+\beta+\gamma=90^\circ$$

$$\Rightarrow tg\alpha\, tg\beta+tg\alpha\, tg\gamma+tg\beta\, tg\gamma=1$$

$$\Rightarrow\frac{r^2}{(p-a)(p-b)}+\frac{r^2}{(p-a)(p-c)}+\frac{r^2}{(p-b)(p-c)}=1$$

$$\Rightarrow r^2\left[\underbrace{(p-c)+(p-b)+(p-c)}_{3p-(a+b+c)=3p-2p=p}\right]=(p-a)(p-b)(p-c)$$

$$\Rightarrow r^2p=(p-a)(p-b)(p-c),\quad r=\frac{S}{p}$$

$$\Rightarrow\frac{S^2}{p^2}p=(p-a)(p-b)(p-c)$$

$$\Rightarrow S^2=p(p-a)(p-b)(p-c)\Rightarrow S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

تمرین ۴. مثلث ABC به اضلاع ۷، ۸ و ۵ مفروض است. اولاً به کمک دستور هرون مساحت مثلث را محاسبه کنید و نیز طول شعاع دایره‌ی محاطی و طول‌های ارتفاع‌های مثلث را به‌دست آورید. ثانیاً به کمک شکل بالا، مقادیر $tg\frac{A}{2}$، $tg\frac{B}{2}$ و $tg\frac{C}{2}$، و به کمک دستور $tg2\alpha=\frac{2tg\alpha}{1-tg^2\alpha}$، مقادیر tgA، tgB و tgC را به‌دست آورید و نشان دهید:

$$tgA+tgB+tgC=tgA\,tgB\,tgC$$

$$tg\frac{A}{2}tg\frac{B}{2}+tg\frac{A}{2}tg\frac{C}{2}+tg\frac{B}{2}tg\frac{C}{2}=1$$

معرفی سایت‌های ریاضی جهان

● احسان یارمحمدی

Math Archives
http://archives.math.utk.edu

در صفحه‌ی اصلی این سایت، تیتر «عنوان‌های ریاضیات» (Topics in Mathematics) را مشاهده می‌کنیم. درواقع در صفحات این سایت، مخاطب لینک‌های متنوعی را پیدا خواهد کرد که به‌وسیله‌ی موضوعات ریاضیات سازمان‌دهی و طراحی شده‌اند. برای جست‌وجوی مفید و مؤثر در این سایت و نیز دست‌یابی به اطلاعات مورد نظرتان، دو روش پیش‌روی شماست:

الف) می‌توانید با کلیک کردن روی عبارت مورد نظر خود، به هریک از صفحات زیر بروید:

۱. جبر مجرد (Abstract Algebra)
۲. جبر (Algebra)
۳. آنالیز (Analysis)
۴. ریاضیات کاربردی (Applied Mathematics)
۵. حساب (Arithmetic)
۶. هنر و موسیقی (Art & Music)
۷. حساب دیفرانسیل و انتگرال (Calculus)
۸. نظریه‌ی ماشین‌های بافت سلولی (Cellular Automata)
۹. ترکیبیات (Combinatorics)
۱۰. آنالیز مختلط (Complex Analysis)
۱۱. هندسه‌ی محاسباتی (Computational Geometry)
۱۲. علم محاسباتی (Computational Science)
۱۳. جبر رایانه/ رمزشناسی
(Computer Algebra/ Cryptology)
۱۴. الگوریتم‌های ژنتیکی (Genetic Algorithms)
۱۵. هندسه‌ی دیفرانسیل (Differential Geometry)
۱۶. ریاضیات گسسته (Discrete Mathematics)
۱۷. دستگاه‌های دینامیکی (Dynamical Systems)
۱۸. حرکت اجسام سیال (Fluid Dunamics)
۱۹. آنالیز فوریه و امواج ضربه‌ای
(Fourier Analysis & Wavelets)
۲۰. فراکتال‌ها (Fractals)
۲۱. هندسه (Geometry)
۲۲. تاریخ ریاضیات (History of Mathematics)
۲۳. ریاضیات صنعتی (Industrial mathematics)
۲۴. برنامه‌ریزی خطی و غیرخطی
(Linear & Nonlinear Programing)

ادامه در صفحه‌ی ۴۶