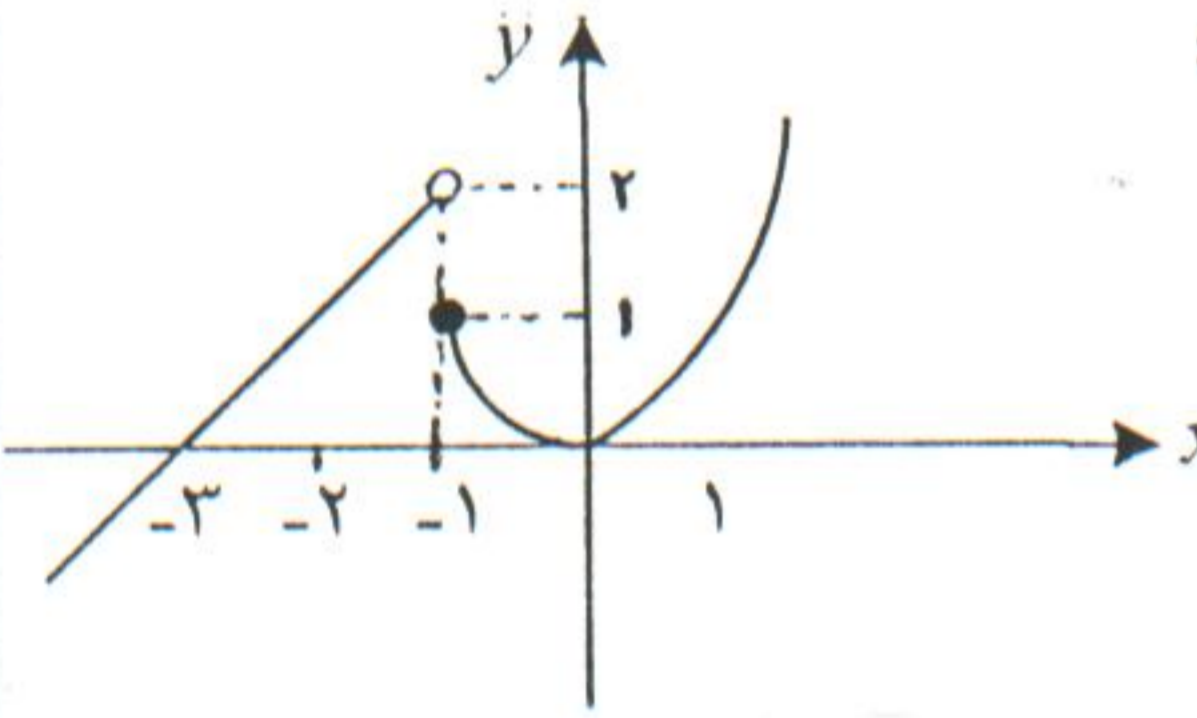


باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: ۱۰/۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه (سالی - واحدی)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۱۰/۲۲	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در دی ماه سال ۱۳۸۱		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	اگر $A = \{x x \in \mathbb{R}, -2 \leq x < 3\}$ و $B = \{x x \in \mathbb{R}, x > 1\}$ و $C = \{x x \in \mathbb{R}, -1 < x < 2\}$ حاصل عبارت زیر را به صورت بازه مشخص کنید. الف) $A \cup B$ ب) $A \cap C$	۱
۲	دامنه توابع مقابل را بدست آورید: الف) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ ب) $g(x) = \text{tg } x$	۱
۳	اگر $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$ و $g(x) = x^2 + 5$ مفروض باشند، ضابطه تابع $g \circ f(x)$ را بیابید. الف) ضابطه تابع $g \circ f(x)$ را بیابید. ب) $f(f(5))$ را بدست آورید.	۱
۴	ضابطه‌ی تابع f به صورت $f(x) = \begin{cases} ax - 3 & x < 0 \\ 2bx^2 + 5 & x \geq 0 \end{cases}$ می باشد. مقادیر a, b را طوری بیابید که $f(-2) = 3$ و نمودار تابع از نقطه $A = (2, -3)$ عبور کند.	۱
۵	شکل مقابل بخشی از نمودار تابع f است. حاصل عبارات زیر را بدست آورید:  الف) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ ب) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ ج) $f(-1)$	۱/۵
۶	حد توابع زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 + \cos x}{1 + \sin x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{x - 2}$ ج) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin(x-a)}{x^2 - a^2}$ د) $\lim_{x \rightarrow -3^-} \frac{5x}{(x+3)^3}$ هـ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x+3}{1-2x^2}$	۴/۵
۷	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^3$ را در نقطه $x = 2$ بدست آورید. الف) $f(x) = \begin{cases} x^2 - ax & x > 3 \\ 6 & x = 3 \\ 2ax^2 + bx & x < 3 \end{cases}$ در $x = 3$ پیوسته باشد. a و b را طوری تعیین کنید که تابع $f(x)$ در $x = 3$ پیوسته باشد.	۲/۲۵
۸	طول نقاط ناپیوستگی تابع $f(x) = \frac{x+1}{x-16}$ را بیابید.	۰/۷۵
۹	مشتق توابع روبه رو را به دست آورید.	۱
۱۰	مشتق توابع روبه رو را به دست آورید. الف) $f(x) = \frac{2x^3 - 1}{x + 2}$ ب) $g(x) = \sqrt{3x^3 - 2x + 5}$ ج) $h(x) = \text{tg } 2x + \cos x$	۲
۱۱	« جهت تقعر » و « نقطه عطف » نمودار تابع $y = x^2(2x - 3)$ را مشخص نمایید.	۱
۱۲	نمودار تابع $y = x^2 - 1$ را رسم کنید.	۲
۱۳	معادله خط قائم بر منحنی تابع $y = 2x^3 - 1$ را در نقطه به طول $x = 1$ واقع بر منحنی بدست آورید.	۱
۲۰	جمع نمرات	۲۰
	« موفق باشید »	

رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۱۰/۲۲	سال سوم آموزش متوسطه (سالی - واحدی)
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در دی ماه سال ۱۳۸۱

راهنمای تصحیح

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(x+\Delta x)^2 - x^2}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{12\Delta x + 6(\Delta x)^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (12 + 6\Delta x) = 12$$

انز

الف) $f'(x) = \frac{2x^2(x+1) - 1(x^3-1)}{(x+1)^2}$

ب) $g'(x) = \frac{9x^2 - 4}{2\sqrt{3x^2 - 4x + 5}}$

ج) $h'(x) = 2(1 + \tan^2 x) - \sin x$

انز

$y' = 4x^2 - 4x \rightarrow y'' = 8x - 4$

$y'' = 0 \rightarrow x = \frac{1}{2}$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
y''	-	0	+

تقریباً $-\infty$ تقریباً $+\infty$

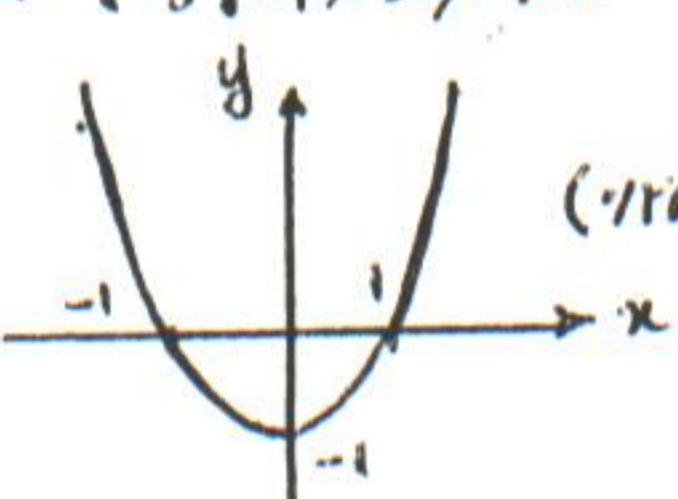
انز

$y = 0 \rightarrow x = \pm 1$

$y' = 2x \xrightarrow{y=0} x = 0$

$D_f = \mathbb{R}$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		-	0	+	
y	$+\infty$	0	-1	0	$+\infty$



انز

$y' = 4x^2 \xrightarrow{y=1} f'(1) = 4 \rightarrow m = -\frac{1}{4}$

$f(1) = 1 \rightarrow y - 1 = -\frac{1}{4}(x - 1)$

انز

نمکدان برای منی عرض نمائید لطفاً برای راه حل های درست
کبر ما را مناسب منظور فرمایید

الف) $A \cup B = [-2, +\infty) \cap (-1, 5) = (-1, 5)$

انز

الف) $x^2 - 4 \geq 0 \rightarrow D_f = \{x | x \leq -2 \vee x \geq 2\}$

ب) $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \rightarrow \cos x \neq 0 \rightarrow D_g = \{x | x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}\}$

انز

الف) $g \circ f(x) = g(f(x)) = f'(x) + 5 = x^2 - 4 + 5 = x^2 + 1$

ب) $f(f(5)) = f(\sqrt{25-4}) = \sqrt{21}$

انز

$f(-2) = 3 \rightarrow -2a = 3 = 3 \rightarrow a = -2$

$(2, -2) \in f \rightarrow 2b + 5 = -2 \rightarrow b = -1$

انز

الف) $\frac{1 + \cos \frac{\pi}{4}}{1 + \sin \frac{\pi}{4}} = \frac{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}{1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}$

ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+5} - 3}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{x+5} - 3)(\sqrt{x+5} + 3)}{(x-2)(\sqrt{x+5} + 3)} = \frac{4}{9}$

ج) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{(x^2 - 4)}{(x-2)(\sqrt{x^2+5} + 3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)}{\sqrt{x^2+5} + 3} = \frac{4}{9}$

د) $\lim_{x \rightarrow a} \left[\frac{\sin(x-a)}{(x-a)} \right] \frac{1}{x+a} = 1 \times \frac{1}{2a} = \frac{1}{2a}$

ه) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x}{-4x^2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{-4x} = 0$

و) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (x^2 - ax) = 9 - 3a$

$9 - 3a = 9 \rightarrow a = 1$

$f(3) = 6$

$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (ax^2 + bx) = 18a + 3b$

$18a + 3b = 6 \rightarrow 3b = -12 \rightarrow b = -4$

$x^2 - 12 = 0 \rightarrow x = -4, x = 4$

$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (x^2 - ax) = 9 - 3a$

$f(3) = 6$

$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (ax^2 + bx) = 18a + 3b$

$18a + 3b = 6 \rightarrow 3b = -12 \rightarrow b = -4$

$x^2 - 12 = 0 \rightarrow x = -4, x = 4$

$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^+} (x^2 - ax) = 9 - 3a$

$f(3) = 6$

$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} (ax^2 + bx) = 18a + 3b$

$18a + 3b = 6 \rightarrow 3b = -12 \rightarrow b = -4$

$x^2 - 12 = 0 \rightarrow x = -4, x = 4$