

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات (۳)	رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان:	۱۳۸۱/۰۳/۲۳	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دوم	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران		
سال تحصیلی ۸۱ - ۱۳۸۰	اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی		

ردیف	سؤالات	نمره
۱	اگر $A = \{x   x \in R, -2 < x \leq 1\}$ و $B = \{x   x \in R, -1 \leq x < 3\}$ باشد، حاصل $A \cup B$ و $A \cap B$ را به صورت بازه بنویسید.	۱
۲	دامنه ی تابع $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{2-x}}$ را بدست آورید و بصورت بازه نمایش دهید.	۱
۳	اگر $f(x) = 2x - 1$ و $g(x) = x^2 + 1$ باشد: الف - ضابطه ی تابع $f \circ g$ را بدست آورید. ب - $f(f(2))$ را محاسبه کنید.	۱
۴	تابع $f$ با ضابطه ی $f(x) = \begin{cases} 2ax^2 - 1 & x < -1 \\ x^3 + b & x \geq -1 \end{cases}$ مفروض است مقادیر $a$ ، $b$ را طوری بیابید که $f(-2) = 7$ و نمودار تابع از نقطه $A(1, 3)$ بگذرد.	۱
۵	در تابع $f(x) = (x-2)[x]$ حد چپ و حد راست را در $x=2$ محاسبه کنید و سپس مشخص کنید که آیا این تابع در $x=2$ حد دارد؟ (منظور از $[x]$ جزء صحیح $x$ است).	۱/۵
۶	حد تابع های زیر را حساب کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{tg}x + 1}{\cotgx}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 - \sqrt{x+1}}{x-1}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{(x-2)^3}$ د) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{x^2}$ هـ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2-x-3x^3)$	۴/۵
۷	$a$ و $b$ را طوری تعیین کنید که تابع $f(x) = \begin{cases} -ax - 1 & x > 2 \\ 1 & x = 2 \\ bx^2 - 3 & x < 2 \end{cases}$ در $x=2$ پیوسته باشد.	۲,۲۵
۸	طول نقاط ناپیوستگی تابع $f(x) = \frac{x-1}{x^2-9}$ را بیابید.	۰,۷۵
۹	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^2 - 2x$ را در نقطه ی $x=1$ بدست آورید.	۱
۱۰	مشتق توابع روبرو را بدست آورید: ج) $h(x) = \sqrt{x^2 + 3x}$ ب) $g(x) = 2 \sin x + \cos x$ الف) $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$	۲
۱۱	$m$ را طوری تعیین کنید که نقطه ی به طول $x=2$ نقطه ی عطف $y = x^3 - mx^2 + 2x$ باشد.	۱
۱۲	جدول تغییرات و نمودار تابع $y = x^2 - 2x$ را رسم کنید.	۲
۱۳	معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = x^3 + 2x^2 + 1$ را در نقطه $x=1$ واقع بر نمودار بدست آورید.	۱
	« موفق باشید »	
	جمع نمرات	۲۰



ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۰۳/۲۳	سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی - واحدی (۲۰ نمره ای)	
سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دوم سال تحصیلی ۸۱ - ۱۳۸۰	

نمره	سؤالات	ردیف												
	$A \cap B = [-1, 1]$ (۰/۵) $A \cup B = (-2, 3)$ (۰/۵)	۱												
	الف) $f(g(x)) = 2(x^2+1) - 1 = 2x^2+1$ (۰/۱۵) ب) $f(2) = 3$ (۰/۱۵) $\rightarrow f(f(2)) = 2(3^2) - 1 = 17$ (۰/۱۵)	۲												
	الف) $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = (2-2)(2) = 0$ (۰/۱۵) ب) $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = (2-2)(1) = 0$ (۰/۱۵) ج) $f$ در $x=2$ در حد دارد $\rightarrow$ حد چپ = حد راست (۰/۵)	۳												
	الف) $\frac{x-1}{2-x} \geq 0$ (۰/۵) $\rightarrow D_f = [1, 2)$ (۰/۵) ب) $2a(-2)^2 - 1 = 7 \rightarrow a=1$ (۰/۱۵) ج) $1^3 + b = 3 \rightarrow b=2$ (۰/۱۵)	۴												
	الف) $\frac{\tan \frac{\pi}{4} + 1}{\cot \frac{\pi}{4}} = \frac{1+1}{1} = 2$ (۰/۱۵)	۵												
	ب) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x - 1}{(x-1)(2+\sqrt{3x+1})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3(1-x)}{(x-1)(2+\sqrt{3x+1})} = \frac{-3}{2+\sqrt{4}} = -\frac{3}{4}$ (۰/۱۵) ج) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2}{x} = -\infty$ (۰/۱۵) د) $\lim_{x \rightarrow 0} 9 \left( \frac{\sin^2 x}{3x} \right)^2 = 9 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^4 x}{9x^2} = 9 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{x^2} = 9$ (۰/۱۵) ه) $\lim_{x \rightarrow -\infty} -3(-\infty)^3 = -3(-\infty) = +\infty$ (۰/۱۵)	۶												
	حد راست = $\lim_{x \rightarrow 2^+} (-ax-1) = -2a-1$ (۰/۱۵)      حد چپ = $\lim_{x \rightarrow 2^-} (bx^2-3) = 4b-3$ (۰/۱۵) ب) $f(2) = 1$ (۰/۱۵) $\rightarrow \begin{cases} -2a-1=1 \\ 4b-3=1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=1 \end{cases}$ (۰/۱۵) ج) $x^2 - 9 = 0 \rightarrow x = \begin{cases} 3 \\ -3 \end{cases}$ (۰/۱۵)	۷												
	$f'(1) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(1+\Delta x) - f(1)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(1+\Delta x)^2 - 2(1+\Delta x) - (-1)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta x(\Delta x)}{\Delta x} = 0$ (۰/۱۵)	۸												
	الف) $f'(x) = \frac{(x+1) - (x-1)}{(x+1)^2} = \frac{2}{(x+1)^2}$ (۰/۱۵)      ب) $g'(x) = 2\cos x - \sin x$ (۰/۱۵)	۹												
	ج) $h'(x) = \frac{2x+3}{2\sqrt{x^2+3x}}$ (۰/۱۵) د) $y' = 3x^2 - 2mx + m \Rightarrow y'' = 6x - 2m$ (۰/۱۵) ه) $f'(2) = 0 \Rightarrow 4(2) - 2m = 0 \Rightarrow m = 4$ (۰/۱۵)	۱۰												
	$y = x^2 - 2x \Rightarrow y' = 2x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1 \rightarrow y = 1 - 2 = -1$ (۰/۱۵) جدول تغییرات: <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr><td>x</td><td><math>-\infty</math></td><td>1</td><td><math>+\infty</math></td></tr> <tr><td>y'</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr> <tr><td>y</td><td><math>+\infty</math></td><td>-1</td><td><math>+\infty</math></td></tr> </table> (۰/۱۵)	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y'	-	0	+	y	$+\infty$	-1	$+\infty$	۱۱
x	$-\infty$	1	$+\infty$											
y'	-	0	+											
y	$+\infty$	-1	$+\infty$											
	$f(x) = x^3 + 2x^2 + 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 4x \Rightarrow m = f'(1) = 7$ (۰/۱۵) $f(1) = 4$ (۰/۱۵) ب) $y - 4 = 7(x-1)$ یا $y = 7x - 3$ (۰/۱۵)	۱۲												
	با عرض سلام و خسته باشيد خدمت شما کارگزاران محترم و زبانه را با احترام و ادب ديگر بجهت شما کار عزيزي باستند. موفق و مويد باشيد.	۱۳												

