

# سوالات طبقه بندی شده

## ریاضی ۲

ویژه مدارس تیزهوشان، شاهد و نمونه

### تهیه و تنظیم:

محمد اسلامی

دبیر ریاضی دبیرستان شاهد امام خمینی (ره)

و دبیرستانهای اراک

۱- حدود X برای معنی بودن عبارتهای زیر را بدست آورید .

$$1) \sqrt{\frac{1}{x^2} - \frac{3}{4}} \quad 2) \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} - \sqrt{\frac{x-1}{x+1}} \quad 3) 5x^2 - \sqrt{\frac{x^2 - 9x + 24}{6x^2 - 59x + 149}} + 3$$

$$4) \sqrt{\frac{x^2 + x + 4}{x^2 + x + 1}} - \sqrt{\frac{2x^2 + 2x + 9}{x-1}} \quad 5) \sqrt[3]{1 - \sqrt{\frac{2x-7}{3-x}}} + 3x^2 \sqrt{16-x^2}$$

۲- نامعادلات زیر را حل کنید.

$$1) \frac{(x+1)(x^2-4)}{x^2+2x-3} < 0$$

$$2) \frac{x^2-4x+3}{x^2-4} \leq 1$$

$$3) \frac{(x+1)^2}{x^2+2x-3} \leq 0$$

$$4) \frac{2}{9-x^2} < \frac{2}{4x^2-4x}$$

$$5) \left(\frac{x^2}{8} + \frac{3x}{4} + \frac{3}{2} + \frac{1}{x}\right) \left(1-x - \frac{(x-2)^2(1-x)}{(x+2)^2}\right) > 0$$

$$6) \frac{1}{x-1} - \frac{4}{x-2} + \frac{4}{x-3} - \frac{1}{x-4} < \frac{1}{30}$$

$$7) \frac{x+6}{x-6} \left(\frac{x-4}{x+4}\right)^2 + \frac{x-6}{x+6} \left(\frac{x+9}{x-9}\right)^2 < \frac{2x^2+72}{x^2-36}$$

$$8) -2 < \frac{x+1}{x} < 2$$

$$9) \frac{6x^4 - x^3 - 18x^2 + x + 12}{6x^5 - x^4 - 19x^3 + 15x^2 + x - 2} \geq 0$$

۳ دستگاه نامعادله های زیر را

$$1) \begin{cases} \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x-1} \geq \frac{1}{x-2} \\ \frac{1}{-2x^2+4x} > 0 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} (x+5)(2-x) > 0 \\ \frac{x-5}{x-2} < 0 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \frac{1}{2-x} + \frac{5}{2+x} < 1 \\ \frac{x^2+4}{9-x^2} \geq 0 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} \frac{x^2-4x+6}{x^2-4} < 1 \\ \frac{x^2+4x+6}{x^2-4} > -1 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} \frac{2}{x^2-x+1} - \frac{1}{x+1} \geq \frac{2x-1}{x^3+1} \\ \frac{1}{x^2-4} - \frac{1}{(x+2)^2} \geq \frac{1}{x^2} - \frac{1}{2x} \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} -1 < \frac{3x^2-4x}{x+1} < 2 \\ \frac{(-x^2+6x-9)(5x^2-4x-1)}{x^2+x+4} > 0 \end{cases}$$

۴- حدود m را چنان بیابید که نامساویهای زیر به ازای همه ی مقادیر x برقرار باشند.

$$1) m^2 x^2 - mx + \frac{2}{m} > 0$$

$$2) (m+1)x^2 - 2(m-1)x + 2m - 3 > 0$$

$$3) x^2 - 2(m^2 - 1)x + m^4 - 3m^2 + 10 > 0$$

$$4) \frac{(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 2m - 3}{-x^2 - 1} < 0$$

$$5) \frac{mx^2 - 2mx - 1}{x^2 - 2x + 3} < 1$$

$$6) \frac{x^2 - 8x + 20}{mx^2 + 2(m+1)x + 9m + 4} < 0$$

$$7) -3 < \frac{x^2 + mx - 2}{x^2 - x + 1} < 2$$

۵- نامعادلات قدر مطلق دار زیر را حل کنید.

$$1) \frac{4}{|3x-2|} < 1$$

$$2) \left| \frac{2x-5}{x-6} \right| < 3$$

$$3) |4 - x^2| < 2|x - 2|$$

$$4) ||x-1| - 5| \leq 2$$

$$5) (|x-1| - 3)(|x+2| - 5) < 0$$

$$6) ||x^2 - 3x + 2| - 1| > x - 2$$

$$7) |x-1| + |x+2| - |x-3| > 4$$

$$8) \frac{|x^2 - 2x| + 4}{|x+2| + x^2} \geq 1$$

$$9) |x^2 - 5|x| + 4| \geq |2x^2 - 3|x| + 1|$$

$$10) \frac{|x^2 - 2x| - 1 - 2x}{x^2 - 2 + |x^2 + 3x|} \geq 0$$

۶- دستگاه نامعادلات زیر را حل کنید.

$$1) \begin{cases} |x| \geq x \\ 2x - 1 > 3 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} |x| \leq -x \\ |x+2| > 1 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} |2x+5| \geq |7-4x| \\ |x| < 2|x-4| + x - 2 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} |x^3 - x| \leq x \\ \frac{2}{|x-2|} > \left| \frac{-4}{2x-1} \right| \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} x^2 + 2|x+3| - 10 < 0 \\ \frac{|x^2 - 3| + 3}{x^2 + |x-5|} \geq 1 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} |2x-4| - |3x+9| - |x-1| > -6 \\ |x+1| - |x-1| < 1 \end{cases}$$

۷- معادلات گویا و اصم زیر را حل کنید.

$$1) \frac{x^2}{x^2+3x+2} + \frac{2(x^2+3x+2)}{x^2} = 3$$

$$2) \frac{1}{x^2+2x} - \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{1}{12}$$

$$3) \left(\frac{x}{1+x}\right)^2 + \left(\frac{1+x}{x}\right)^2 = \frac{17}{4}$$

$$4) \frac{1}{x^2-3x+3} + \frac{2}{x^2-3x+4} = \frac{6}{x^2-3x+5}$$

$$5) \frac{1}{2x^2-x+1} + \frac{3}{2x^2-x+3} = \frac{10}{2x^2-x+7}$$

$$6) \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 7\left(x - \frac{1}{x}\right) = 18$$

$$7) x^2 + \frac{1}{x^2} + x + \frac{1}{x} = 4$$

$$8) \frac{1+x-\sqrt{2x+x^2}}{1+x+\sqrt{2x+x^2}} = 8 \times \frac{\sqrt{2+x}+\sqrt{x}}{\sqrt{2+x}-\sqrt{x}}$$

$$9) \sqrt{x-4} - \sqrt{x+3} = \sqrt{x-2} - \sqrt{3-x}$$

$$10) \sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{\dots}}}} = x$$

$$11) \sqrt{\frac{2+x}{1-x}} + \sqrt{\frac{1-x}{2+x}} = 2$$

$$12) \sqrt{x^2+1} + \sqrt{x^2+4} = 3$$

$$13) \sqrt{2x+\sqrt{6x^2+1}} = x+1$$

$$14) \sqrt{1-\sqrt{x^4-4x^2}} = x-1$$

$$15) \sqrt{x-1} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} = 1$$

$$16) \sqrt{x^2+2x-\sqrt{2x^2+4x}} = 2$$

$$17) \sqrt{x+2\sqrt{2x-4}} + \sqrt{x-2\sqrt{2x-4}} = 4$$

$$18) \sqrt{x-4} + \sqrt{x-4\sqrt{x-4}} = 2$$

$$19) \sqrt{x+8+2\sqrt{x+7}} + \sqrt{x+1-\sqrt{x+7}} = 4$$

$$20) \sqrt{x-\frac{1}{x}} - \sqrt{1-\frac{1}{x}} = \frac{x-1}{x}$$

$$21) \frac{\sqrt{x^2-16}}{\sqrt{x-3}} + \sqrt{x+3} = \frac{7}{\sqrt{x-3}}$$

$$22) \sqrt{x-1} + \sqrt{x+3} + 2\sqrt{(x-1)(x+3)} = 4-2x$$

$$23) \sqrt{2-x} = \sqrt{1-x} + \sqrt{3-x}$$

$$24) \sqrt[4]{x} + \sqrt[4]{625x} = 2(1+\sqrt[4]{x})$$

$$25) \sqrt[3]{x^3+1-\sqrt{x^2+1-x}} = x$$

$$26) \sqrt[3]{9-\sqrt{x+1}} + \sqrt[3]{7+\sqrt{x+1}} = 4$$

$$27) \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{2x-3} = \sqrt[3]{12(x-1)}$$

- 28)  $\sqrt[3]{x-1} + \sqrt[3]{4-2x} + \sqrt[3]{x-3} = 0$   
 29)  $\sqrt[3]{x+1} + 4\sqrt[3]{1-x} = 41 - x^2$   
 30)  $\sqrt[3]{(5+x)^2} + 4\sqrt[3]{(5-x)^2} = 5\sqrt[3]{25-x^2}$   
 31)  $(\sqrt[3]{2-\sqrt{3}})^x + (\sqrt[3]{2+\sqrt{3}})^x = 2$   
 32)  $4^{x+\sqrt{x^2-2}} - 5 \times 2^{x-1+\sqrt{x^2-2}} = 6$   
 33)  $\sqrt[3]{17\sqrt{5}+38} + \sqrt[3]{17\sqrt{5}-38} = \sqrt{20}$   
 34)  $2\sqrt{x^2-1} + \sqrt{2x-1} + 2 = 0$   
 35)  $7(x+\sqrt{2})^{14} - 3(x+\sqrt{2})^7 = 4$

۸- نامعادلات اصم زیر را حل کنید.

- 1)  $\sqrt[6]{x+2} > \sqrt[6]{8-x^2}$   
 3)  $\frac{\sqrt{52-x^2}}{2-x} \leq 1$  2)  $\sqrt{x^2+x-1} \geq \sqrt{x^2-x+1}$   
 4)  $\sqrt{1+\frac{1}{x^2}} - \sqrt{1-\frac{1}{x^2}} > \frac{2}{x}$   
 5)  $\frac{x}{\sqrt{1-x}+\sqrt{x}} - \frac{x}{\sqrt{1-x}-\sqrt{x}} > \frac{2}{\sqrt{x}}$   
 6)  $\sqrt{x+2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} > \frac{3}{2}$   
 7)  $\sqrt{2-\sqrt{3+x}} - \sqrt{x+4} \leq 0$   
 8)  $\sqrt{10-\sqrt[3]{28-x}} < 3$   
 9)  $\sqrt{9-\frac{9}{x}} < x - \sqrt{x-\frac{9}{x}}$   
 10)  $\sqrt[3]{x+1} + \sqrt[3]{8-x} > 3$   
 11)  $\sqrt{x^2-8x+15} + \sqrt{x^2+2x-15} > \sqrt{4x^2-18x+18}$   
 12)  $2(x+\sqrt{x^2+4x+3}) < 3(\sqrt{x+1}+\sqrt{x+3}-2)$

انتقال محورهای مختصات .

۱- قرینه ی خط  $2x-5y+1=0$  را نسبت به نقطه ی  $W(2,-1)$  بدست آورید .

۲- اگر محور  $X$  ها محور تقارن منحنی به معادله ی  $y^4 - (m-1)y^3 + 2 = x$  باشد  $m$  را بیابید.

۳- قرینه منحنی  $2y^3 + x^2 = 4$  را نسبت به خط  $x=2$  بیابید.

۴- اگر بدانیم  $x=m$  محور تقارن منحنی  $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x^2 - 2x + 6}$  می باشد. مقدار  $m$  را بیابید.

۵- ثابت کنید نقطه  $W(-2,1)$  مرکز تقارن منحنی  $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 6$  می باشد.

۶- اگر مبدا مختصات مرکز تقارن منحنی  $y = x^3 - (a+b-2)x^2 + x + 2a - b + 3$  می باشد.  $a, b$  را بیابید.

۷- اگر نقطه ی  $W(1,1)$  مرکز تقارن منحنی به معادله ی  $y = \frac{x^2 - bx + 2}{x - a}$  باشد آنگاه  $a, b$  را بیابید.

۸- اگر  $x^2 + y^2 = 25$  معادله یک منحنی باشد و مبدا مختصات را به نقطه ی

$O(-1,2)$  انتقال دهیم. معادله ی منحنی را در دستگاه جدید بدست آورید.

۹- معادله ی یک منحنی به صورت  $y = \frac{x-3}{x-1}$  می باشد. مبدا مختصات را به

چه نقطه ی منتقل کنیم تا معادله ی منحنی به صورت  $xy+2=0$  در آید.

۱۰- ثابت کنید خط  $y=3x-1$  محور تقارن منحنی به معادله ی زیر است.

$$y^2 + 9x^2 - 6xy - 4y - 8x - 1 = 0$$

۱۱- قرینه ی نقطه ی  $A(2,-1)$  را نسبت به خط  $3x-4y+15=0$  بدست

آورید.

۱۲- ثابت کنید خط  $2x-y-2=0$  خط تقارن منحنی به معادله ی

$$x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$$
 است.

۱۳- قرینه ی نقطه ی  $A(2b, b-1)$  نسبت به نقطه ی  $B(-2,3)$  بر خط

$x+y+1=0$  قرار می گیرد . مقدار  $b$  را محاسبه کنید.

۱۴- مرکز تقارن منحنی  $x^2 - y^2 + 2x + 4y + 1 = 0$  را بدست آورید.

۱۵- اگر در تابع  $y = \frac{2x+1}{x^2+x}$  ، را به  $-(x+1)$  تبدیل کنیم ،  $y$  به  $-y$  تبدیل می

شود . مرکز تقارن تابع را بیابید.

رسم نمودار تقریبی تابع به کمک انتقال :

۱- اگر نمودار تابع  $f$  به صورت مقابل باشد . نمودار توابع زیر را به کمک انتقال رسم کنید.

$$y_1 = f(3x) \quad y_2 = f(x-2) + 2 \quad y_3 = 2f(x) + 1$$

$$y_4 = -3f(x) \quad y_5 = |3f(x)| \quad y_6 = f(1/x) \quad y_7 = f(2x-4) \quad y_8 = 4f(-2x)$$

۲- نمودار توابع زیر را به کمک انتقال رسم کنید.

$$y_4 = 2\left|\frac{x}{5}\right| + 1 \quad y_3 = 2|x+1| - 3 \quad y_2 = 3|x| - 1 \quad y_1 = |x| + 2$$

۳- نمودار توابع زیر را به کمک انتقال رسم کنید.

$$y_4 = 2\sqrt{x+2} - 3 \quad y_3 = \sqrt{x+1} + 3 \quad y_2 = \sqrt{x-1} \quad y_1 = \sqrt{x}$$

۴- نمودار توابع زیر را به کمک انتقال رسم کنید.

$$y_5 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 - 2 \quad y_4 = -x^2 + 1 \quad y_3 = 3x^2 - 3 \quad y_2 = (x-2)^2 + 2 \quad y_1 = x^2 + 1$$

۵- نمودار توابع زیر را به کمک انتقال رسم کنید.

$$y_3 = -2\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) - 3 \quad y_2 = -3\cos x + 2 \quad y_1 = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 1$$

۶- نمودار توابع زیر را به کمک انتقال رسم کنید.

$$y_3 = \left| -2\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 3 \right| \quad y_2 = \left| |x| - 2 \right| - 3 + 2 \quad y_1 = \left| |x| - 1 \right| - 3$$

۷- نمودار توابع زیر را به کمک انتقال رسم کنید.

$$y_2 = x^2 - 2|x| \quad y_1 = 2\sin|x|$$

۸- نمودار توابع زیر را به کمک انتقال رسم کنید.

$$y_3 = \left[ -2\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 2 \right] \quad y_2 = \left[ \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) - 1 \right] \quad y_1 = [2\sin x]$$

۹- نمودار توابع زیر را به کمک انتقال رسم کنید.

$$y_3 = \sin x - [\sin x] \quad y_2 = x^3 - [x^3] \quad y_1 = x^2 - [x^2]$$

## رابطه

۱- اگر دو زوج مرتب  $(256, 3^{xy})$ ,  $(2^{x+y}, 81)$  برابر باشند.  $X, Y$  را بیابید.

۲- اگر دو زوج مرتب  $(-1, 1)$ ,  $(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}, \frac{5}{x} - \frac{7}{y})$  برابر باشند. مقدار  $X, Y$  را

بدست آورید.

۳- کدامیک از روابط زیر تابع است. چرا؟

1)  $|x| + |2y| = 1$

2)  $4x^2 + 4xy + y^2 = 0$

3)  $x^2 - 3x + x^2y^2 + 4xy = 5$

4)  $|x-1| + (y+1)^2 = 0$

5)  $\sin xy = x$

6)  $y^2 + xy + 1 = 0$

7)  $x = \frac{y}{\sqrt{y^2 + 1}}$

۴- اگر رابطه ی  $f(x) = \begin{cases} 1-5x & x \geq 2 \\ 2x+k & x \leq 2 \end{cases}$  ضابطه ی یک تابع باشد.  $K$  را

بیابید.

۵- دامنه ی توابع زیر را بدست آورید.

1)  $f(x) = \sqrt{16-x^2} + \sqrt{x^2-9}$

2)  $f(x) = \sqrt{1-\sqrt{1-x^2}}$

3)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{|x+1|-4}}$

4)  $f(x) = \sqrt{|x|-x} + \frac{x^2+1}{(x+1)(x-1)}$

5)  $f(x) = \frac{2x-3}{x^2-4|x|-21}$

6)  $f(x) = \sqrt{\frac{1-|x|}{1+|x|}}$

7)  $f(x) = \sqrt{3^x - 4^x}$

8)  $f(x) = \sqrt{\frac{2x-1}{2-2x}} + \sqrt{\frac{3-2x}{2x-1}}$

9)  $y = \frac{x+1}{|2x-1|-5}$

10)  $f(x) = \frac{\sqrt{16-4x^2}}{[x]^2 - 4[x] + 3}$

11)  $f(x) = \sqrt{2 - \sqrt{x^2 - 2x + 1}}$

12)  $y = \frac{2x+1}{\left[\frac{x+1}{x-1}\right] + \left[\frac{x-3}{x-1}\right] - 2}$

13)  $f(x) = \frac{3x+2}{[x+3[x]] - 2[x-4]}$

۶- برد توابع زیر را بدست آورید.



$$1) y = -x^2 - 3$$

$$2) y = 3x^2 - 6x + 1$$

$$3) y = \frac{1-x}{2x+1}$$

$$4) y = \frac{1}{x^2+x+1}$$

$$5) y = x - \sqrt{x}$$

$$6) y = x^2 + \frac{1}{x^2+3}$$

$$7) y = \frac{|x|+2}{|x|}$$

$$8) y = |x-2| + |x+3|$$

$$9) y = 2 - \sqrt{-x^2+4x}$$

$$10) y = x - \sqrt{1-x^2}$$

$$11) y = \sqrt{x-2} + \frac{1}{\sqrt{x-2}+1}$$

$$12) y = x - 2\sqrt{x} + 4$$

$$13) y = \operatorname{sgn}(|x|)$$

۷- نمودار توابع زیر را رسم کنید.

$$y = x^2 - |x|$$

$$y = x|x| - x + 1$$

$$y = |x^2 - 4x| - 3$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & x \geq 0 \\ x^3 - 1 & x < 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 2 & x < -2 \\ |x^2 + x| - 1 & -2 \leq x < 1 \\ 2x + 1 & 1 \leq x < 3 \\ -x & x \geq 3 \end{cases}$$

۸- اگر  $f\left(\frac{4x+3}{4x-3}\right) = \frac{28x-9}{4x-3}$  ضابطه ی  $f(x)$  را بدست آورید.

۹- اگر  $f\left(\frac{y}{x}\right) = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{x}$  و  $x < 0$  ،  $f(x)$  را پیدا کنید.

۱۰- در هر یک از توابع زیر ضابطه ی  $f(x)$  را بیابید.

$$1) f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$$

$$2) f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^4 + \frac{1}{x^4}$$

$$3) f\left(\frac{x}{x^2+1}\right) = \frac{x^2}{x^4+1}$$

$$4) f(x^3+1) = x + \frac{1}{x}$$

$$5) f(\sqrt{1-x^2}) = \sqrt{2-x^2}$$

$$6) f\left(\frac{1-\cos 2x}{1+\cos 2x}\right) = \cot x$$

$$7) f(x-y) = x^2 + y^2 - x + y - 2xy$$

$$8) 2f(2-x) + 3f(x-2) = x$$

$$9) f(x)\sin x + f(-x)\cos x = x$$

$$10) f(x) + 3xf(-x) = x^2 - 2x$$

۱۱- اگر  $f(x) = \frac{x}{1+x}$ ، ضابطه ی تابع  $\underbrace{fff \dots f(x)}_n$  را محاسبه کنید.

۱۲- اگر  $f(2x-1) = \begin{cases} x^2+1 & x \geq 2 \\ 2x & x < 2 \end{cases}$ ، ضابطه تابع  $f(x)$  را بدست آورید.

۱۳- اگر  $f(x) = \begin{cases} x+1 & x \geq 2 \\ 3x & x < 0 \\ \frac{x^2-4}{x-2} & 0 \leq x < 2 \end{cases}$ ، ضابطه  $g(x) = \begin{cases} 2x+1 & x \geq 1 \\ -2x & x < 0 \\ 4x^2-1 & 0 \leq x < 2 \end{cases}$

توابع  $f+g$ ،  $2f-g$  را بدست آورید.

۱۴- اگر  $f(x) = \begin{cases} 2 & 0 < x < 1 \\ 0 & -1 < x \leq 0 \end{cases}$ ، ضابطه ی تابع  $f.g$  در بازه ی

$(-1,1)$  را بنویسید.

۱۵- اگر  $f = \{(-2,4), (-1,2\sqrt{2}), (1,1)\}$ ،  $g = \{(1,-1), (-2,2), (-1,1)\}$ ، معادله ی

$$\frac{f^2 - 8g}{g - 2} = 0 \text{ چند ریشه دارد.}$$

۱۶- اگر  $f(x) = x^2 + 2x + 2$ ،  $g(x)$  را چنان بیاید که  $f(g(x)) = x^2 - 4x + 5$

۱۷- اگر  $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$ ، ضابطه ی  $(f \circ g)(x) = x^2$  را بیابید.

۱۸- اگر  $g(x) = x^3 - 1$ ،  $f(x) = \begin{cases} 2x & x \leq 1 \\ 4 & 1 < x \leq 3 \\ \sqrt[3]{x} & x > 3 \end{cases}$  ضابطه ی  $f \circ g$  را بنویسید.

۱۹- اگر  $f(x) = \begin{cases} -2x+1 & x > 0 \\ x+1 & x \leq 0 \end{cases}$ ،  $f \circ f(-\cos^2 x)$  را بیابید.

۲۰- اگر  $f = \{(1,2), (2,3), (3,4), (4,5)\}$ ،  $g = \{(1,2), (2,5), (4,3), (5,1)\}$  مطلوبت تعیین

ضابطه ی توابع  $f \pm g$ ،  $f.g$ ،  $f \circ g$ ،  $g \circ f$ ،  $f \circ f$  و  $(f+g) \circ (f-g)$

۲۱- اگر  $f(x) = \begin{cases} -x+1 & x < -1 \\ x^2-1 & -1 \leq x \leq 1 \\ x+1 & x > 1 \end{cases}$  و  $g(x) = \begin{cases} 2 & x < 2 \\ -x^2+1 & -2 \leq x \leq 2 \\ 2x & x > 2 \end{cases}$  ضابطه

توابع  $f \circ g$ ،  $g \circ f$  را بیابید.

۲۲- اگر  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \geq 1 \\ 2x - 1 & x < 1 \end{cases}$  و  $g(x) = \begin{cases} -x + 1 & x \geq 2 \\ x - 2 & x < 2 \end{cases}$  ، مطلوبست محاسبه ی  $f+g$  .

۲۳- یک به یک بودن توابع زیر را بررسی کنید.

1)  $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$

2)  $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$

3)  $f(x) = x^2 - 3$

4)  $f(x) = |x| - 1$

5)  $f(x) = \frac{x}{1-|x|}$

6)  $f(x) = \frac{|x|-2}{|x|+2}$

7)  $f(x) = \sqrt{2x-3}$

8)  $f(x) = \sqrt{x+\sqrt{x}}$

9)  $f(x) = \frac{2^x}{2^x+1}$

10)  $f(x) = \sqrt[3]{x^2+x+2}$

11)  $f(x) = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x+1}}$

12)  $f(x) = \sqrt{x-1} + 2\sqrt{x-2}$

13)  $y = \frac{x^2-x}{x^2+x}$

۲۴- وارون توابع زیر را در صورت وارو نپذیر بودن بدست آورید.

1)  $f(x) = \frac{2\sqrt{x}-1}{\sqrt{x+1}}$

2)  $y = \frac{3x-1}{4x+2}$

3)  $y = \sqrt{x-1} + 2\sqrt{x-2}$

4)  $y = x^3 + 3x^2 + 3x - 3$

5)  $y = x + \frac{1}{x} \quad (x \geq 1)$

6)  $y = x^2 - 6x + 1 \quad (x \leq 2)$

7)  $y = \begin{cases} \sqrt[3]{1-x} & x \leq 1 \\ 8-x^3 & x > 2 \end{cases}$

8)  $y = x + [x]$

9)  $y = 2\sqrt{x-2} + x$

۲۵- نسبت  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  را برای تابع  $y = x^3 + 3x^2 + 3x - 3$  مشخص کنید و بگوئید صعودی است یا نزولی.

۲۶- نسبت  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  را برای تابع  $y = \sin x$  بدست آورید.

۲۷- نسبت  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  را برای تابع  $y = |x - 2|$  بدست آورید.

۲۸- در مورد یک به یک و پوشا بودن توابع زیر تحقیق کنید.

$$1) \begin{cases} f_1 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f_1(x) = \sqrt[3]{x^2 + x + 2} \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} f_2 : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z} \\ f_2(x) = 2^{x+3} \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} f_3 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f_3(x) = (x-1)^3 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} f_4 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f_4(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} f_5 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f_5(x) = \begin{cases} x+1 & x \geq 0 \\ x+2 & x < 0 \end{cases} \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} f_6 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f_6(x) = \sqrt{x(x+1)} \end{cases}$$

$$7) \begin{cases} f_7 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f_7(x) = \frac{|x| + 5}{x} \end{cases}$$

$$8) \begin{cases} f_8 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+ \\ f_8(x) = \begin{cases} |x-1| & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases} \end{cases}$$

تابع قدر مطلق:

۱- برای هر دو عدد حقیقی  $x, y$  ثابت کنید:

- 1)  $|x + y| \leq |x| + |y|$
- 2)  $|x - y| \leq |x| + |y|$
- 3)  $|x - y| \geq |x| - |y|$
- 4)  $|x + y| \geq |x| - |y|$
- 5)  $\sqrt{x^2 + y^2} \leq |x| + |y|$
- 6)  $\sqrt{|x + y|} \leq \sqrt{|x|} + \sqrt{|y|}$
- 7)  $||x| - |y|| \leq |x - y|$
- 8)  $2|x + y + z| \leq |x + y| + |y + z| + |z + x|$

۲- ثابت کنید به ازای هر  $x \in \mathbb{R}$   $|x-1| + |x-2| + |x-3| \geq 2$

۳- مجموعه جواب معادله  $\sqrt{x^2} + \sqrt{x^2 - 6x + 9} = 3$  را مشخص کنید.

۴- مجموعه جواب معادله  $|5x^2 - 6x + 1| = 6|x| + 1 + 5x^2$  را مشخص کنید.

۵- مجموعه جواب نامعادله  $x^2 - 2|x| - 3 \leq 0$  را مشخص کنید.

۶- مجموعه جواب نامعادله  $\left| \frac{x}{x-1} + \frac{x-1}{x} \right| < 1$  را مشخص کنید.

۷- نمودار توابع زیر را رسم کنید.

$$y = 2|x-1| + |2x+4|$$

$$y = |3x-3| + |x+1| + 2|x+2|$$

$$y = x^2|x-1|$$

$$y = x|x^3-x|$$

$$y = |\sin x|$$

$$y = |x+2| + |x| - |x-2|$$

$$y = x|x-2|$$

$$y = x|x^2-2x|$$

$$y = |\sin 2x| \quad (0 \leq x \leq 2\pi)$$

$$y = |x^2-2|x||$$

۸- نامعادلات زیر را حل کنید.

$$1) |x-1| + |x+1| > x$$

$$2) |x| \geq \sin x$$

$$3) |x+2| - |x| \geq |x-1|$$

$$4) |x^3| \geq |x^2-1|$$

## تابع برکت:

۱- اگر  $[x]=[y]$  ثابت کنید  $|x-y|<1$

۲- حاصل  $p = [\sin 1^\circ] + [\sin 2^\circ] + [\sin 3^\circ] + \dots + [\sin 360^\circ]$  را بیابید.

۳- با فرض طبیعی بودن  $n$  ثابت کنید:  $[\sqrt{n^2+2n}] + [\sqrt{4n^2+4n}] + [\sqrt{9n^2+6n}] = 6n$

۴- دستگاههای زیر را حل کنید .

$$\begin{cases} x + [y] + \{z\} = 1/1 \\ y + [z] + \{x\} = 2/2 \\ z + [x] + \{y\} = 3/3 \end{cases} \quad \begin{cases} [2x] + y = 7/6 \\ [2y] + x = 5/2 \end{cases}$$

قسمت اعشاری عدد  $\{x\}$ :

۵- فرض کنید  $a = 10^{2 \times 1376} - 10^{1376} + 1$  مقدار  $[2\sqrt{a}]$  را بدست آورید.

۶- اگر  $n$  عددی طبیعی و  $x$  عددی حقیقی باشد. ثابت کنید:  $[\frac{[nx]}{n}] = [x]$

۷- اگر  $n$  عددی طبیعی و  $x$  عددی حقیقی باشد. ثابت کنید  $n[x] \leq [nx] \leq n[x] + n - 1$

۸- معادلات زیر را حل کنید.

1)  $[x] + [2x] + [4x] = 15$

2)  $\left[x - \frac{1}{2}\right] + \left[x + \frac{1}{2}\right] = [2x]$

3)  $[3+x] + [3-x] = x$

4)  $\left[\frac{x-1}{2}\right] + \left[\frac{1-x}{2}\right] = 1$

5)  $\left[\frac{x-1}{2}\right] + \left[\frac{1-x}{2}\right] = -1$

6)  $[2x+5] + [x-3] = x+7$

7)  $\left[\frac{x}{5}\right] - \left[\frac{-x}{5}\right] = 3$

8)  $[2x] = 2[x]$

9)  $\left[x + \frac{1}{2}\right] + [x]^2 = [2x+2]$

10)  $\left[\frac{3x+1}{2}\right] = \frac{4(4-x)}{3}$

11)  $\left[\frac{6x+5}{8}\right] = \frac{15x-7}{5}$

12)  $|x+1| = \frac{[x]-x}{|x-1|}$

13)  $\frac{x^2 - [x]}{[-x]} = 1$

14)  $[x] = 4x$

15)  $x = [x] + \frac{1}{4}$

16)  $3[x^2] + x = 2$

17)  $\cos x = [x] + [-x]$

۹- حاصل  $[(1+\sqrt{2})^6]$  را بدست آورید.

۱۰- نامعادلات زیر را حل کنید.

$$[x]^2 - 5[x] + 4 \leq 0$$

$$|[x+1]-1| \cdot [x^2+1] \leq 0$$

$$3[x^2]^2 - 5[x^2] \leq -2$$

۱۱- حاصل عبارت  $A = \left[ \sin x - \frac{[3 \sin x] + [2\pi]}{3} \right]$  را بدست آورید.

۱۲- برد توابع زیر را بدست آورید.

$$1) y = x - 2 \left[ \frac{x}{2} \right] + 1$$

$$2) y = \sqrt{x - [x]} + 2$$

$$3) y = \sqrt{4x - [3x] - [x]} + 1$$

$$4) y = \sqrt{[2x] + [-2x]} + 1$$

$$5) y = (-1)^{[x-5] + [5-x]}$$

$$y = \frac{x}{[x]}$$

$$1) f(x) = \left[ \frac{x}{2} \right]$$

$$2) y = [\sin x]$$

$$3) y = x + [x]$$

$$4) y = [3x + 1]$$

$$5) y = [2 \sin 2x]$$

$$6) y = [x] \sin x \quad (0 \leq x \leq \pi)$$

$$7) y = [x^3]$$

$$8) y = x^2 - [x]$$

$$9) y = [\sqrt{x}]$$

$$10) y = [x^2] + 3$$

$$11) y = x^2 [x]$$

$$12) y = x [x^2]$$

$$13) y = [x] [2x]$$

$$14) y = x^2 - 2x + [x]$$

$$15) y = [\sin x] + [\cos x]$$

۱۳- نمودار توابع زیر را رسم کنید.

$$16) y = [\sin x + \cos x]$$

$$17) y = [x]$$

$$18) y = \begin{cases} x - [x] & \text{زوج } [x] \\ |x - [x + 1]| & \text{فرد } [x] \end{cases}$$

$$19) y = \sqrt{x - [x^2]}$$

$$20) y = \frac{x^2}{[x]}$$

$$21) y = [x^2 - 2x]$$

$$22) y = \frac{x}{|x|} ([x])$$

$$23) y = x^2 \cdot \left[ \frac{1}{x + \frac{1}{x}} \right]$$

$$24) y = \left[ \frac{2 \sin x + 1}{\sin x + 2} \right]$$

۱- اگر  $A, B$  دو ماتریس مربعی هم مرتبه باشند بطوریکه  $BA=B$  ,  $AB=A$  ، ثابت کنید  $B, A$  خود توان هستند.

۲- اگر  $A^2=I$  نشان دهید  $\frac{1}{2}(A+I)$  ,  $\frac{1}{2}(I-A)$  خود توان هستند.

۳- اگر  $B, A$  دو ماتریس خود توان هم مرتبه و تعویض پذیر باشند ثابت کنید ماتریس  $A+B-AB$  نیز خود توان است.

۴- ماتریس مربعی  $A$  چنان است که  $A^2=O$  نشان دهید  $A(I+A)^2=A$

۵- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$  ,  $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$  باشند به جای  $I_3$  قرار داده و  $f(A)$  را محاسبه کنید.

۶- اگر  $A = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$  ماتریس  $A^6$  را بنویسید.

۷- اگر  $A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$  باشد ،  $A^{472}$  را بدست آورید.

۸- ماتریس  $X$  را از تساوی مقابل بیابید.  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$

۹- اگر  $A = \begin{bmatrix} 30 & 25 \\ -36 & -30 \end{bmatrix}$  ماتریس  $A^{100}$  را بدست آورید.

۱۰- تبدیل یافته ی منحنی به معادله ی  $\frac{x+1}{2} = y^2$  تحت ماتریس  $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$  چیست.

۱۱- تبدیل یافته خط  $2x+3y=1$  تحت ماتریس  $\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$  چیست.

۱۲- اگر داشته باشیم  $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$  ،  $A$  را بیابید.

۱۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}$  باشد. وارون ماتریس  $(A-A^{-1})^2$  را بدست آورید.

۱۴- اگر  $A$  یک ماتریس مربعی باشد و  $I$  ماتریس همانی هم مرتبه با  $A$  که داشته باشیم :  $A^3 - 5A^2 + 7I = O$  وارون ماتریس  $A$  را برحسب  $A$  بدست آورید.

۱۵- اگر  $A^5=I$  ، وارون ماتریس  $A-I$  را پیدا کنید .



۱۶- مقدار  $m$  چقدر باشد تا دو ماتریس  $A = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 1 & \frac{1}{m} \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} m & 0 \\ -1 & \frac{1}{m} \end{bmatrix}$  وارون یگدیگر باشند.

۱۷- اگر داشته باشیم  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 5 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ، نشان دهید  $A^3 = 5I$  و سپس  $A^{-1}$  بیابید.

۱۸- اگر  $A, B$  دو ماتریس معلوم و  $Y, X$  ماتریس هایی مجهول باشند، آنگاه  $Y, X$  را از دستگاه های زیر بیابید.

$$1) \begin{cases} 2X + Y = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 4 \end{bmatrix} \\ X - 3Y = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 8 & 7 \end{bmatrix} \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 3X + 7Y = A \\ 2X + 3Y = B \end{cases}$$

۱۹- در وجود جواب دستگاه های زیر بر حسب مقادیر مختلف  $m$  بحث کنید.

$$1) \begin{cases} mx - (3-m)y + 2 = 0 \\ 5y - 2x - 2 = 0 \end{cases} \quad 4) \begin{cases} mx + 3y = 4 \\ 2x + (m-1)y + 2 = 0 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x + my = 4 \\ x + y = m \end{cases} \quad 5) \begin{cases} 4x + 8y = 5 \\ my + 2x = 6 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} (m-2)x + (m-1)y = 0 \\ mx + (2m-3)y = 0 \end{cases}$$

۲۰- وجود جواب برای دستگاه های زیر را بررسی کنید.

$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 20 \\ x - y + 4z = 1 \end{cases}$$

۲۱- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ ،  $B = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$ ، آنگاه مقادیر  $\beta, \alpha$  را چنان بیابید که:

$$\alpha A + \beta B = \begin{bmatrix} 2 & 9 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$$

۲۲- فرض کنید  $A$  یک ماتریس  $2 \times 2$  باشد بطوریکه  $A^3 = \bar{o}$ ، اگر  $I + \alpha A + \beta A^2$  وارون ماتریس  $I - A$  باشد، آنگاه  $\beta, \alpha$  را بیابید.

۲۳- هر یک از دستگاه های زیر را حل کنید.

$$1) \begin{cases} x + 2y - 2z = 1 \\ 2x - y + 2z = 3 \\ 3x + y - 2z = 2 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x^2 + xy + y^2 = 1 \\ x^2 + xz + z^2 = 4 \\ y^2 + yz + z^2 = 7 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \frac{xy}{x+y} = \frac{8}{3} \\ \frac{yz}{y+z} = \frac{8}{5} \\ \frac{x+z}{xz} = \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x = 2y = 3z \\ x + y + z = 22 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} x^4 + x^2y^2 + y^4 = 3 \\ x^2 + xy + y^2 = 3 \end{cases}$$

۲۴- از دستگاه  $\begin{cases} x^3 = 13x + 3y \\ y^3 = 3x + 13y \end{cases}$  مقدار عددی  $(x^2 - y^2)^2$  را بدست آورید.

۲۵- اگر  $x, y, z \in \mathbb{N}$  از دستگاه  $\begin{cases} y^2 - zx = -103 \\ z^2 - xy = 22 \end{cases}$  مقدار  $x^2 - yz$  را بدست آورید.

۲۶- اگر  $a, b, c \in \mathbb{N}$  از دستگاه معادلات  $\begin{cases} a + b^2 - c = 124 \\ a^2 + b - c = 100 \end{cases}$  مقادیر  $a, b, c$  را

بدست آورید.

۲۷- دستگاههای زیر را حل کنید.

$$1) \begin{cases} x + yz = 2 \\ y + xz = 2 \\ z + xy = 2 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} a^3 - b^3 - c^3 = 3abc \\ a^2 = 2(b + c) \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x^2 + 2y^2 - 2yz = 100 \\ 2xy - z^2 = 100 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} a^2 + 3a + 1 = \frac{1}{2}(b + c) \\ b^2 + 3b + 1 = \frac{1}{2}(a + c) \\ c^2 + 3c + 1 = \frac{1}{2}(a + b) \end{cases}$$

۲۸- اگر  $\frac{xy + yz + zx}{xyz} = a$ ، مقدار  $a$  را بیابید.

$$\begin{cases} x + z = 5xz \\ y + z = 3yz \\ x + y = 2xy \end{cases}$$

۱- دامنه و برد توابع  $f(x) = 5^{[x]+[-x]}$ ،  $g(x) = 5^{\frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x-2}}$  را بدست آورید.

۲- معادلات زیر را حل کنید.

- 1)  $10^{1+x^2} - 10^{1-x^2} = 99$
- 2)  $5^2 \times 5^4 \times 5^6 \times \dots \times 5^{2x} = 0/04^{-28}$
- 3)  $3 \times 16^x + 37 \times 36^x = 26 \times 81^x$
- 4)  $27^x + 12^x = 2 \times 8^x$
- 5)  $(\sqrt{4-\sqrt{15}})^x + (\sqrt{4+\sqrt{15}})^x = (2\sqrt{2})^x$

۳- نامعادلات زیر را حل کنید.

- 1)  $2^{x+1} < \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{x}}$
- 2)  $3^{x-1} > \left(\frac{1}{81}\right)^{\frac{1}{x}}$
- 3)  $5^{|3x-4|} \leq 25^{2x-2}$
- 4)  $3^{x+3} \times 7^{x+3} \leq 3^{2x} \times 7^{2x}$
- 5)  $5^x - 3^{x+1} \geq 2(5^{x-1} - 3^{x-2})$
- 6)  $5^{2x-3} < \frac{2}{5^{1-x}} + 15$
- 7)  $2^{x+3} + 6 \times 2^{x-1} > 33$
- 8)  $5^{\sqrt{3-2x+x^2}} \geq 3^{\sqrt{x}}$
- 9)  $5^{\sqrt{x}} - 5^{1-\sqrt{x}} \leq 1$
- 10)  $\frac{2 \times 3^{x+3} - 5^{x+3}}{5 \times 3^x - 3 \times 5^x} < 1$
- 11)  $(3x^2 - 2x)^{2x^2-3x+1} < 1$
- 12)  $\frac{3^{2x}}{100^x} > 2\left(\frac{3}{10}\right)^x + 3$
- 13)  $\frac{4 - 7 \times 5^x}{5^{2x+1} - 12 \times 5^x + 4} \leq \frac{2}{3}$

۴- معادلات لگاریتمی زیر را حل کنید.

- 1)  $\log(x+1) - \frac{1}{2} \log(x-1) = \log 3$
- 2)  $\frac{1}{1-4 \log x} + \frac{4}{2+\log x} = 3$
- 3)  $25^{\log x} = 5 + 4(5^{\log x})$
- 4)  $\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7$
- 5)  $\log_4(\log_3(\log_2 x)) = 0$
- 6)  $(\log x_3)^2 - 3 \log_3^x + 2 = 0$
- 7)  $5 \log_2^x - 3 \log_7^{49} = 2 \log_2^x$
- 8)  $\log \sqrt{5x-4} + \log \sqrt{x+1} = 2 + \log . / 18$
- 9)  $x^{\log_x^2 + \log_x^3} = \frac{2}{\frac{1}{\sqrt{x+1}-1} - \frac{1}{\sqrt{x+1}+1}}$
- 10)  $\log_4^{(\log_2^x)} + \log_2^{(\log_4^x)} = 2$
- 11)  $\sqrt{\log_x \sqrt{5x}} \times \log_5^x = -1$
- 12)  $\sqrt{\log_x \sqrt{x}} = 10$
- 13)  $6^{\log x} + 8^{\log x} = x$
- 14)  $\log_x^2 \times \log_{\frac{x}{16}}^2 = \log_{\frac{x}{64}}^2$
- 15)  $\log_9^x - \log_{27}^x + \log_{81}^x = \frac{5}{24}$
- 16)  $\log_{x^2-1}^{x^3+6} = \log_{x^2-1}^{(4x^2-x)}$
- 17)  $\log_{x+4}^{(x^2-1)} = \log_{x+4}^{(5-x)}$
- 18)  $\log_3 \log_8 \log_2^{(x-3)} = \log_3^2$
- 19)  $\log_8^x + (\log_8^x)^2 + (\log_8^x)^3 + \dots = \frac{1}{2}$
- 20)  $\frac{\log x^2}{(\log x)^2} + \frac{\log x^3}{(\log x)^3} + \frac{\log x^4}{(\log x)^4} + \dots = 8$

۵- نامعادلات لگاریتمی زیر را حل کنید.

- 1)  $\log_{\frac{1}{2}} \left( \frac{x^2}{6} - x + \frac{35}{24} \right) \geq 0$
- 2)  $\sqrt{4-x^2} (\log_3 \frac{x+1}{x} + 2) \leq 0$
- 3)  $\log_{3x+5}^{(9x^2+8x+8)} > 2$
- 4)  $\log_{\frac{x+4}{x-2}}^{\frac{2x-6}{9}} \leq \log_{\frac{x-5}{2}}^{\frac{x-5}{9}}$
- 5)  $\log_{\cdot/1}^{(x^2+x+2)} > \log_{\cdot/1}^{(x+3)}$
- 6)  $5 \log_x \left( \frac{8-12x}{x-6} \right) \geq 25$
- 7)  $\sqrt{x^{\log \sqrt{x}}} < 10$
- 8)  $x^{\log_3(x-4)} \geq \frac{1}{27}$
- 9)  $\log_4 \log_2 \log_{\sqrt{5}}^x < \frac{1}{2}$
- 10)  $\log_2^x - \log_x^{32} \leq 4$
- 11)  $\log_{\frac{1}{3}}^{(x^2-6x+18)} - 2 \log_{\frac{1}{3}}^{(x-4)} < 0$
- 12)  $\log_{\frac{1}{2}} \left( \log_6 \frac{x^2+x}{x+4} \right) < 0$
- 13)  $\log_{\frac{\sqrt{3}}{3}} (2^{x+2} - 4^x) \geq -2$

۶- اگر  $4a^2 + 9b^2 = 13ab$  آنگاه ثابت کنید.

$$\log \frac{2a+3b}{5} = \frac{\log a + \log b}{2}$$

۷- اگر  $x = \log_b^c$  ,  $y = \log_c^a$  ,  $z = \log_a^b$  ، آنگاه ثابت کنید:

- 1)  $x.y.z = 1$
- 2)  $\frac{x}{xy+x+1} + \frac{y}{yz+y+1} + \frac{z}{xz+z+1} = 1$

۸- اگر داشته باشیم  $x = \log_a^{bc}$  ,  $y = \log_b^{ac}$  ,  $z = \log_c^{ab}$  ثابت کنید:

$$x + y + z + 2 = xyz$$

۹- ثابت کنید  $\frac{\log(\log a)}{\log a} = \log a$

۱۰- اگر  $a^2 + b^2 = c^2$  ، ثابت کنید:

$$\log_{b+c}^a + \log_{c-b}^a = 2 \log_{b+c}^a \cdot \log_{c-b}^a$$

۱۱- اگر  $\log_{12}^{18} = b$  ,  $\log_6^{15} = a$  مطلوبست محاسبه ی  $\log_{25}^{24}$

۱۲- اگر  $\log_7^{12} = a$  ,  $\log_{12}^{24} = b$  مطلوبست محاسبه ی  $\log_{54}^{168}$

۱۳- اگر  $\log^3 = b$  ,  $\log^2 = a$  مطلوبست محاسبه ی  $\log_{15}^{\sqrt[5]{11/25}}$

۱۴- اگر  $\log^2 = a, \log^3 = b$  ثابت کنید:  $\log_5^6 = \frac{a+b}{1-a}$

۱۵- اگر  $\log_{12}^{27} = a$  حاصل  $\log_6^{16}$  را بیابید.

۱۶- دامنه ی توابع زیر را بدست آورید.

1)  $f(x) = \log \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$

2)  $g(x) = \log_5 \log_4 \log_3^{(x+3)}$

3)  $h(x) = \sqrt{\frac{8}{|x|}} - 1 + \log^{(x^2-1)}$

4)  $k(x) = \sqrt{\log_{\frac{x}{2}}^{\frac{(5x-x^2)}{4}}}$

۱۷- دستگاههای زیر را حل کنید.

1)  $\begin{cases} \log^x + \log^y = 0 \\ x^2 + y^2 = 2 \end{cases}$

2)  $\begin{cases} \log \sqrt{xy} = 1 + \log^2 \\ 2^{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = 512 \end{cases}$

3)  $\begin{cases} 2^{\log 2x} \times 3^{\log 6} = 6 \\ 3^{\log 2x} \times 2^{\log 6} = 6 \end{cases}$

4)  $\begin{cases} \log_4^x - \log_2^y = 0 \\ x^2 - 5y^2 + 4 = 0 \end{cases}$

۱۸- با فرض  $\log^2 = a$  حاصل عبارت  $a = \log_4^{400} + \log_5^{200}$  را بر حسب  $a$  بدست آورید.

## تصاعد

- ۱- اگر در یک تصاعد حسابی رابطه  $s_n = 3n^2 + 2n$  برقرار باشد رابطه ی مربوط به جمله ی عمومی آن را بیابید.
- ۲- بین اعداد  $m^2 + 2m + 3, 2$  به تعداد  $m$  واسطه حسابی درج شده است اگر واسطه دهم برابر ۱۱۲ باشد. آنگاه تعداد واسطه ها، قدر نسبت و واسطه پنجم را بیابید.
- ۳- مجموع ۵ عدد که تشکیل تصاعد حسابی می دهند ۱۵ و حاصلضربشان ۱۱۵۵ است. این پنج عدد کدامند.
- ۴- مجموع ۳ عدد که تشکیل تصاعد حسابی می دهند ۱۲ و مجموع مربعات آنها ۶۶ است. این اعداد را بدست آورید.
- ۵- مجموع سه جمله ی اول یک تصاعد عددی ۲۷ و مجموع سه جمله ی آخر آن ۵۷ و مجموع جملات آنها ۱۱۲ می باشد جمله ی اول و قدر نسبت و تعداد جملات را تعیین کنید.
- ۶- مجموع ۵ جمله ی اول یک تصاعد حسابی ۴۵ و مجموع ۵ جمله ی بعدی آن ۹۵ است. جمله ی اول و قدر نسبت را معین کنید.
- ۷- اگر  $d, c, b, a$  چهار جمله ی متوالی از یک تصاعد حسابی باشند ثابت کنید  $abcd + (b - c)^4$  مربع کامل است.
- ۸- مقدار  $x$  را چنان بیابید که  $\log(2^x - 2), \log 2$  و  $\log(2^x + 2)$  تشکیل تصاعد حسابی بدهند.
- ۹- در یک تصاعد حسابی  $(m \neq n) s_n = s_m$  ثابت کنید  $s_{m+n} = 0$
- ۱۰- در یک تصاعد حسابی  $\frac{s_m}{s_n} = \frac{m^2}{n^2}$  ثابت کنید  $\frac{t_m}{t_n} = \frac{2m-1}{2n-1}$
- ۱۱- اگر  $ah, \dots, a_3, a_2, a_1$  جملات یک تصاعد حسابی باشند ثابت کنید.

$$\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{a_{n-1}} + \sqrt{a_n}} = \frac{n-1}{\sqrt{a_n} + \sqrt{a_1}}$$

- ۱۲- اگر  $a_n, \dots, a_3, a_2, a_1$  مخالف صفر و جملات یک تصاعد حسابی باشند ثابت کنید:

$$\frac{1}{a_1 a_2} + \frac{1}{a_2 a_3} + \frac{1}{a_3 a_4} + \dots + \frac{1}{a_{n-1} a_n} = \frac{n-1}{a_1 a_n}$$

۱۲- در یک تصاعد حسابی مجموع جملات پنجم و نهم برابر ۵۰ می باشد  
مجموع ۱۳ جمله ی اول این تصاعد چیست؟

۱۳- مجموع هفده جمله ی اول یک تصاعد حسابی ۳۲۳ و جمله ی دهم آن ۲۴- است. تصاعد را مشخص کنید.

۱۴- در یک تصاعد حسابی  $t_6 + t_9 + t_{12} + t_{15} = 20$  حاصل  $s_{20}$  چیست؟

۱۵- اگر  $x, y, z$  جملات یک تصاعد هندسی باشند ثابت کنید

$$\frac{1}{\log_z^a}, \frac{1}{\log_y^a}, \frac{1}{\log_x^a}$$

تصاعد حسابی تشکیل می دهند.

۱۶- در یک تصاعد هندسی مجموع جملات اول و چهارم ، ۵۶ و مجموع دو جمله ی دوم و سوم ۲۴ است. تصاعد را مشخص کنید.

۱۷- مجموع سه عدد که تشکیل تصاعد هندسی می دهند ۳۹ و مجموع بزرگترین عدد و کوچکترین عدد ۶ واحد کمتر از چهار برابر عدد وسطی است. این سه عدد را تعیین کنید.

۱۸- اگر  $a, b, c, d$  جملات متوالی یک تصاعد هندسی باشند . درستی رابطه ی زیر را تحقیق کنید.

$$(b - c)^2 = ac + bd - 2ad$$

۱۹- در یک تصاعد حسابی جمله ی دوم واسطه ی هندسی بین دو جمله ی اول و چهارم است. ثابت کنید جملات چهارم و ششم و نهم این تصاعد تشکیل یک تصاعد هندسی می دهند.

۲۰- حاصل عبارات

$$B = 4 + 44 + 444 + \dots + \underbrace{44\dots444}_n, A = 1 + 11 + 111 + \dots + \underbrace{11\dots111}_n$$

آورید.

$$A = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 + \left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 + \left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right)^2 + \dots + \left(a^n + \frac{1}{a^n}\right)^2$$

را بدست آورید.

$$s = \frac{1}{1 \times 4} + \frac{1}{4 \times 7} + \frac{1}{7 \times 10} + \dots + \frac{1}{58 \times 61}$$

۲۲- حاصل جمع عبارت را بدست

آورید.

۲۳- حاصل جمع زیر را تا  $n$  جمله بدست آورید:

$$s = 8 + (2 \times 89) + (3 \times 899) + (4 \times 8999) + \dots$$

۲۴- در یک تصاعد هندسی جمله ی دوم برابر ۶ و حد مجموع جملات آن برابر  $\frac{1}{8}$  حد مجموع مربعات جملات آن تصاعد می باشد. جمله ی اول و قدر نسبت تصاعد را بیابید.

۲۵- حد مجموع عبارات زیر را بدست آورید.

الف)  $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{8} + \dots$

ب)  $2 + \frac{1}{9} + \frac{1}{09} + \frac{1}{009} + \dots$

پ)  $\frac{3}{10} + \frac{3}{100} + \frac{3}{1000} + \dots$

۲۶- در یک تصاعد حسابی جملات اول ، نهم و چهل و نهم به ترتیب جملات متوالی از یک تصاعد هندسی هستند. قدر نسبت تصاعد هندسی را بدست آورید.

۲۷- اگر جمله ی سوم یک تصاعد هندسی ۱۸ و قدر نسبت آن ۳ باشد . مجموع چند جمله ی اول آن ۷۲۸ است.

۲۸- اگر  $-1 < ar < 1$  مجموع زیر را بدست آورید:

$$A = 1 + (1+a)r + (1+a+a^2)r^2 + \dots + (1+a+a^2+\dots+a^n)r^n$$

۲۹- مجموع چهار جمله ی متوالی یک تصاعد عددی ۲۲ و حاصلضرب آنها ۲۸۰ است. قدر نسبت این تصاعد را بیابید.

۳۰- اگر  $a, b, c$  جملات پنجم ، هفدهم ، سی و هفتم یک تصاعد حسابی و یک تصاعد

$$a^{b-c} \cdot b^{c-a} \cdot c^{a-b} = 1$$

هندسی باشند. ثابت کنید:

۳۱- در مثلث متساوی الاضلاع به ضلع  $a$  ، هر ضلع را به سه قسمت مساوی تقسیم

می کنیم و مطابق شکل نقاط تقسیم را به هم وصل می کنیم تا مثلث جدیدی بدست آید و این روند را ادامه می دهیم. مجموع مساحت های  $n$  مثلث و مجموع محیط های آنها را به حسب  $a, n$  بدست آورید. اگر  $n$  بسیار بزرگ شود، مجموع های فوق به چه اعدادی نزدیک می شوند.



۱- برای هر دو بردار  $\vec{a}, \vec{b}$  که با هم زاویه  $\alpha$  می سازند ، اندازه بردارهای  $a-b, a+b$  را بر حسب اندازه های  $a, b, \alpha$  بدست آورید.

۲- زاویه بین بردارهای  $\vec{a}, \vec{b}$  ،  $\frac{\pi}{3}$  است و  $|a|=5, |b|=8$  . مقدارهای  $|a+b|, |a-b|$  را حساب کنید.

۳- ثابت کنید 
$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 + |\vec{a} - \vec{b}|^2 = 2(|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2)$$

۴- اگر  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$  و  $|a|=3, |b|=1, |c|=4$  مقدار  $ab+bc+ca$  را حساب کنید.

۵- دو بردار  $\vec{a}, \vec{b}$  با هم زاویه ی  $\frac{\pi}{6}$  می سازند اگر  $|a|=\sqrt{3}, |b|=1$  باشد . زاویه ی بین دو بردار  $a+b, a-b$  را حساب کنید.

۶- ثابت کنید بردار  $\vec{a}$  بر بردار  $\vec{b} - \frac{a \cdot b}{a \cdot a} \vec{a}$  عمود است.

۷- برای بردارهای  $\vec{a} = (4, -2), \vec{b} = 6i - 3j$  حاصل  $(2a-3b) \cdot (a+2b), (a-b) \cdot (a-b)$  را حساب کنید.

۸- اگر  $a, b$  دو بردار ناصفر باشند، آنگاه زاویه ی بین بردار  $\frac{\vec{a}}{|a|} + \frac{\vec{b}}{|b|}$  ،  $|b|\vec{a} + |a|\vec{b}$  چند درجه است.

۹- اگر  $|a|=2, |b|=3$  و زاویه ی بین دو بردار  $\vec{a}, \vec{b}$  ،  $60^\circ$  باشد. حاصل  $(2\vec{a} + \vec{b}) \cdot (3\vec{a} - 2\vec{b})$  را بدست آورید.

۱۰- در مثلث  $ABC$  ، اگر  $\vec{AM}$  میانه وارد بر ضلع  $BC$  باشد. ثابت کنید

$$|\vec{AM}| \leq \frac{1}{2}(|\vec{AB}| + |\vec{AC}|) \text{ و } \vec{AM} = \frac{\vec{AB} + \vec{AC}}{2}$$

۱۱- نشان دهید هر گاه پاره خطی اوساط دو ضلع یک مثلث را به هم کند ، موازی با ضلع سوم و مساوی نصف آن است.

۱۲- به روش برداری ثابت کنید قطرهای متوازی الاضلاع همدیگر را نصف می کنند.

۱۳- در مثلث  $ABC$  اگر  $G$  محل تلاقی سه میانه مثلث و  $O$  نقطه ای از صفحه باشد، ثابت کنید:

$$o\vec{G} = \frac{o\vec{A} + o\vec{B} + o\vec{C}}{3}$$

۱۴- در چهار ضلعی  $ABCD$  نقطه ی  $F$  وسط  $BC$  ، نقطه ی  $E$  وسط  $DC$  و

نقطه ی  $M$  وسط  $EF$  است ثابت کنید: 
$$4\vec{AM} = \vec{AB} + \vec{AD} + 2\vec{AC}$$

۱۵- هر گاه  $\vec{AB} + 2\vec{AP} = (\lambda - 2)\vec{PB}$ ، مقدار  $\lambda$  را به قسمی تعیین کنید که  $P, A$  بر هم منطبق شوند.

۱۶- اگر  $C$  وسط  $AB$  و  $Z$  وسط  $XY$  باشد، ثابت کنید:  $2\vec{ZC} = \vec{XA} + \vec{YB}$

۱۷- نقطه های  $M, N, P$  به ترتیب وسط ضلع های  $AB, BC, AC$  از مثلث  $ABC$  هستند و  $O$  نقطه ی دلخواه است. ثابت کنید:  $o\vec{A} + o\vec{B} + o\vec{C} = o\vec{M} + o\vec{N} + o\vec{P}$

۱۸-  $D, C, B, A$  چهارنقطه ی دلخواه در صفحه هستند. ثابت کنید:

$$\vec{AB} \cdot \vec{CD} + \vec{BC} \cdot \vec{AD} + \vec{CA} \cdot \vec{BD} = 0$$

۱۹- ثابت کنید دو میانه مثلث یکدیگر را به نسبت  $2, 1$  قطع می کنند.

۲۰- ثابت کنید بردار  $\vec{MA} + \vec{MB} - \vec{MC} - \vec{MD}$  به جای نقطه ی  $M$  بستگی ندارد.

- ۱- اگر  $30^\circ < x < 120^\circ$  باشد. حدود تغییرات  $\sin x, \cos x, \tan x$  را مشخص کنید.  
 ۲- اگر  $150^\circ < x < 300^\circ$  باشد و  $\cos x = 2 + 3m$  حدود تغییرات  $m$  را مشخص کنید.  
 ۳- حدود  $m$  را چنان تعیین کنید که تساوی داده شده وقتی که  $-\frac{\pi}{9} < x < \frac{\pi}{9}$  برقرار

$$\cos 3x = \frac{2m-3}{m-2} \text{ باشد.}$$

- ۴- با توجه به روابط زیر حدود  $m$  را بیابید:  $7/5^\circ < x < 52/5^\circ$ ;

$$\sin(4x - 60^\circ) = \frac{3m+2}{m-1}$$

- ۵- حدود  $m$  را چنان تعیین کنید که تساوی داده شده وقتی که  $-\pi/4 < x < \pi/4$  بر

$$\cot x = \frac{m-3}{m^2-4} \text{ قرار باشد.}$$

- ۶- اگر  $3\pi/2 \leq x \leq 5\pi/3$  باشد، حداکثر عبارت  $\frac{\sqrt{2} \sin x}{\sqrt{1+\cos x}}$  را تعیین کنید.

- ۷- اگر  $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}$ ،  $\frac{1-\tan x}{1+\tan x} = \frac{1-m}{2+m}$  باشد حدود تغییرات  $m$  را بیابید.

- ۸- اگر  $\frac{1}{\cos x} - \sin x \tan x < 0, \sin x + \tan x > 0$  باشد، انتهای کمان  $x$  در کدام ناحیه

مثلثاتی است.

- ۹- اگر  $\cos x \sqrt{1+\tan^2 x} > \sqrt{1+\sin 2x}$  آنگاه انتهای کمان  $x$  در کدام ناحیه مثلثاتی است.

- ۱۰- اگر  $\cos x \sqrt{1+\tan^2 x} - 1 = 0$ ،  $\tan x = \frac{-\sqrt{1-\cos^2 x}}{\cos x}$ ، انتهای کمان  $x$  در کدام ناحیه

مثلثاتی است.

- ۱۱- اگر  $\cos x = \sqrt{\frac{\cot x}{\cot x - a^2}}$ ، انتهای کمان  $x$  در کدام ناحیه مثلثاتی است. ( $a \in \mathbb{R}$ )

- ۱۲- اگر  $7\pi/6 \leq x \leq 11\pi/6$  باشد، بیشترین مقدار  $\cot x - \frac{1+\cos x}{\sin x}$  را محاسبه کنید.

- ۱۳- درستی تساویهای زیر را ثابت کنید

$$1) \tan^2(-4/7\pi) \cdot \cos^2(-7/8\pi) + \sin^2(-11/7\pi) = \cot^2(\frac{\pi}{5})$$

$$2) 3 \tan 300^\circ - 25 \cot 75^\circ + 3 \sin 945^\circ + 3 \cos(-675^\circ) = -28\sqrt{3}$$

- ۱۴- مقدار عددی عبارات زیر را بدست

$$1) \sin 135^\circ + \cos 45^\circ + \tan 225^\circ + \cot 315^\circ$$

آورید.

$$1) 2 \sin(-\frac{125\pi}{4}) + 3 \tan(\frac{125\pi}{4}) + 4 \cot(\frac{-125\pi}{4})$$

- ۱۵- با فرض  $\tan 35^\circ = 2a - 1$  حاصل

را بدست آورید  $\frac{\sin 145^\circ - \sin 235^\circ}{\cos 325^\circ}$

۱۶- اگر  $\tan x = \frac{2}{3}$  مقدار  $\frac{\sin(x - \frac{\pi}{2}) + \sin(3\pi + x)}{\cot(\frac{3\pi}{2} + x) + \sin(x - \pi)}$  را بدست آورید.

۱۷- اگر  $a + b = \frac{\pi}{4}$  باشد ثابت کنید  $\tan a + \tan b + \tan a \cdot \tan b = 1$

۱۸- اگر  $a + b + c = \pi$  باشد، ثابت کنید:

$$\tan a + \tan b + \tan c = \tan a \cdot \tan b \cdot \tan c$$

۱۹- اگر  $a + b + c = \frac{\pi}{2}$  باشد، ثابت کنید:  $\tan a \cdot \tan b + \tan b \cdot \tan c + \tan c \cdot \tan a = 1$

۲۰- ثابت کنید: مساحت مثلث ABC از رابطه ی  $S = \frac{1}{2} ab \sin C$  بدست می آید.

۲۱- ثابت کنید مساحت چهار ضلعی محدب ABCD از رابطه ی

$$S = \frac{1}{2} AC \times BD \times \sin \alpha$$

محاسبه می شود که  $\alpha$  زاویه ی بین قطرهای AC, BD است.

۲۲- اگر  $\log_2(\sin 10^\circ) = \alpha$  مقدار  $\log_2\left(\frac{\sin 20^\circ + \sin 40^\circ}{\sin 20^\circ}\right)$  را بر حسب  $\alpha$  بدست آورید.

۲۳- اگر  $\log(\sin \frac{x}{2}) = \alpha$  باشد، حاصل  $\log(3 - 4 \cos x + \cos 2x)$  را بر حسب  $\alpha$  بدست آورید.

۲۴- اگر  $5(\sin x + \cos x) = 2\sqrt{10}$  باشد،  $\tan x$  را بدست آورید.

۲۵- اگر  $\alpha, \beta$  جوابهای معادله ی  $\tan^2 x - 2k \tan x + k - 1 = 0$  باشند و  $\alpha + \beta = \frac{3\pi}{4}$

مقدار  $k$  را بیابید.

۲۶- مقدار عبارت  $\frac{\cos 20 + \sqrt{3} \sin 20}{\cos 40}$  را بدست آورید.

۲۷- اگر  $\sin x + \cos x = \frac{1}{3}$  باشد، حاصل  $\sin^3 x + \cos^3 x$  چقدر است.

۲۸- حداقل و حداکثر عبارت زیر را بیابید.

$$A = 1 + \sin x + \cos x + \sin x \cos x$$

$$-\sqrt{a^2 + b^2} \leq a \sin x + b \cos x \leq \sqrt{a^2 + b^2}$$

۲۹- ثابت کنید:

۳۰- حداقل و حداکثر عبارات زیر را تعیین کنید:

الف)  $\sin x + \cos x + 1$

ب)  $3 \sin x - 4 \cos x + 2$

ج)  $\sin^2 x + 4 \sin x + 5$

د)  $2 \cos^2 x - 3 \sin x - 2$

۳۱- معادلات مثلثاتی زیر را حل کنید

$$1) (\sin x + \cos x) \sqrt{2} = \tan x + \cot x$$

$$2) \sqrt{3} \sin x + 3 \cos x = 3$$

$$3) \sin 2(x - \frac{\pi}{8}) + 2 \cos^5(\frac{\pi}{8} - x) = 3$$

$$4) \sin^3 x + \cos^3 x = 0$$

$$5) \cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x = 1$$

$$6) \sin x + \sin 2x + \sin 3x = 1 + \cos x + \cos 2x$$

$$7) 2 \sin^3 x + \sin^2 x + 2 \sin x - 1 = 0$$

$$8) 81 \cos^2 x + 81 \sin^2 x = 30$$

$$9) \frac{1 - \sin x}{\sin x + \cos x} + \frac{\cos x - \sin x}{1 + \sin x} = 0$$

$$10) 2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0$$

$$11) 6 \sin^2 x = \cos x + 4 \quad 2 \sin 2x = \cos x + 4$$

$$12) 4 \tan^2 x - 4 \tan x - 3 = 0$$

$$13) 3 \tan x + 3 \cot x = 5$$

$$14) \tan x - \sqrt{3} \cot x = 1 - \sqrt{3}$$

$$15) \tan 2x - \sqrt{3} \cot 2x = \sqrt{3} - 1$$

$$16) \cos x - \sin x = \sqrt{2}$$

$$17) \sqrt{3} \sin x - \cos x = 2$$

$$18) 3 \cos x + \sqrt{3} \sin x = 3$$

$$19) \cos(2x - \frac{\pi}{3}) - \cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$20) 2 \cos x + \cot x = 0$$

$$21) \cos^2(x + \frac{\pi}{3}) - \sin^2(2x + \frac{\pi}{3}) = 0$$

$$22) \cos(x + \frac{\pi}{3}) \cos(x - \frac{\pi}{6}) = \frac{1}{2}$$

$$23) \tan x \cdot \tan 2x = 1$$

$$24) \tan(\frac{\pi}{3} - x) \cdot \cot(x - \frac{\pi}{6}) = 1$$

$$25) 4 \cos^3 x - 3 \cos x - 2 = 0$$

$$26) \sin x + 2 \sin 2x + \sin 3x = 0$$

$$27) \sin 7x - \sin x = \sin 3x$$

$$28) 2 \sin x \cos x - \sin x + 2 \sin x - 1 = 0$$

$$29) \frac{\sin 5x - \sin x}{\sin 32x} = 0$$

$$30) 3\sqrt{2}(\sin x + \cos x) + \sin 2x + 5 = 0$$

$$31) 2 \sin^2(x - \frac{\pi}{8}) + 3 \cos(x - \frac{5\pi}{8}) = 5$$

$$32) \frac{1 - \cos x}{\sin x} = \frac{\cos 2x}{\cos^2 x} + \tan^2 x - 1$$

۳۲- درستی تساویهای زیر را بررسی کنید.

$$1) \frac{1}{\sin(270^\circ - x)} + \frac{\sin(900^\circ - x)}{\sin(630^\circ - x)} \tan(270^\circ + x) = 1 - \frac{1}{\cos x}$$

$$2) \sin x(\cos 5x - \sin 7x) + (\cos 7x(\sin 5x - \cos 7x) - \sin 12x) = -1$$

$$3) \tan x + \tan(x + \frac{\pi}{3}) + \tan(x + 2\frac{\pi}{3}) = 3 \tan 3x$$

$$4) 4 \cos x \cdot \cos(60 - x) \cos(60 + x) = \cos 63x$$

دینا قاضی (۲۰۱۸)

دیپارٹمنٹ آف ایجوکیشن  
گورنمنٹ آف سندھ

اسلام آباد