

1- مجموعه جواب نامعادله $\left(\frac{x+|x|}{2}\right)^2 + \left(\frac{x-|x|}{2}\right)^2 \leq 4$ را به صورت فاصله بنویسید.

2- نامعادلات روبرو را حل کرده، پاسخ را مشخص کنید:

(الف) $\frac{1}{|3x-1|} > 2$ (ب) $|3x-1| < 1$

3- اگر $f = \{(1, a^2 - 1), (3, 4), (a, 5), (1, 3), (2, 5)\}$ تابع باشد، a را بیابید.

4- کدام یک از عبارتهای زیر تابع است؟

(الف) $|y+3| + |x^3 - 1| = 0$ (ب) $y + 2\sqrt{y} = 3x$

5- اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{1}{x^2 + ax + b}$ برابر $R - \{1\}$ باشد $a + b$ را محاسبه کنید.

6- دامنه تابع $f(x) = \frac{1}{\sqrt{[x] + [-x] + 1}}$ را بدست آورید.

7- دامنه توابع زیر را بدست آورید:

(الف) $f(x) = \frac{1}{[x^2 - 2x] - 3}$ (ب) $g(x) = \sqrt{x - \sqrt{1 - x^2}}$

8- دامنه تعریف توابع زیر را بدست آورید.

(الف) $f(x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{\log x}$ (ب) $\sqrt{\log_{\frac{1}{5}}(x-1)}$

(ج) $y = \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-3x+2}}$ (د) $y = \frac{5x-4}{\log_2(x-2)-3}$

9- برد توابع زیر را بدست آورید:

(الف) $g(x) = \sqrt{\frac{2+|x|}{2-|x|}}$ (ب) $y = \frac{6}{|x+1| + |x-2|}$

(ج) $y = 2 + \sqrt[3]{8-x^2} + 5$ (د) $y = 2 + \sqrt{2x-x^2}$

10- آیا دو تابع $f(x) = \sqrt{x(x-3)}$, $g(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x-3}$ باهم مساویند؟

11- آیا دو تابع $f(x) = \sqrt{1+tg^2 x}$, $g(x) = \frac{1}{\cos x}$ باهم مساویند؟

12- آیا دو تابع $f(x) = (-1)^{[x]}$, $g(x) = \cos p[x]$ باهم مساویند؟

13- آیا دو تابع $f(x) = \left[\frac{1}{x^2+1}\right]$, $g(x) = 0$ باهم مساویند؟

14- اگر $f(x) = x^2 + x + 1$, $g(x) = \begin{cases} \frac{x^3-1}{x-1}, & x \neq 1 \\ k + |x|, & x = 1 \end{cases}$ و k را طوری محاسبه کنید که: $f(x) = g(x)$

- 15- اگر $f = \{(1,2), (2,1), (3,2)\}$, $g = \{(2,1), (1,0)\}$ آنگاه $\frac{2f-g}{g}$ را تشکیل دهید.
- 16- هرگاه $f(x) = \frac{x-a}{x+b}$ در شرایط $f(x) \cdot f\left(\frac{1}{x}\right) = 1$ صدق کند، چه رابطه ای بین a و b وجود دارد؟
- 17- اگر $f(x) = \sqrt{1-x^2}$, $g(x) = \frac{1}{x-1}$ مطلوب است تعیین:
- $(gof)(x), D_{gof}, (fog)(x), D_{fog}$
- 18- اگر $f\left(\frac{x^2+1}{x}\right) = \frac{x^4+3x+1}{x^2}$ آنگاه $f(x)$ را بیابید.
- 19- اگر $f(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$, $g(x) = \begin{cases} x^2+4 & x \geq 0 \\ x^2+1 & x < 0 \end{cases}$ آنگاه $(fog)(x)$ را پیدا کنید.
- 20- اگر $f = \{(1,2), (3,5), (0,1)\}$, $g(x) = \frac{x}{x-1}$ باشد، مطلوب است دامنه و ضابطه تابع fog .
- 21- توابع $f(x) = \sqrt{x-|x|}$, $g(x) = \frac{x-1}{[x]}$ مطلوب است $D_{\frac{f}{g}}$ و $(f+g)\left(\frac{4}{3}\right)$.
- 22- اگر $f\left(\frac{x-1}{x}\right) = \sqrt{2x-1}$ دامنه تابع $f(x)$ را بیابید.
- 23- اگر $f(x) = [x] + [-x]$ آنگاه $(fof)(x)$ را بدست آورید.
- 24- در صورتی که $f(x) = x^2 + 2x - 5$ و $(fog)(x) = x^2 - 4x - 2$ ، ضابطه $g(x)$ را پیدا کنید.
- 25- اگر $f(x) = x+1$ و $(gof)(x) = 2x^2 + 4x + 5$ ، $g(x)$ را بدست آورید.
- 26- اگر تابع $f(x)$ با دامنه $[0,1]$ و برد $[-2,3]$ باشد، دامنه و برد تابع $2f(x+2) - 3$ را بیابید.
- 27- اگر دامنه تابع $f(x)$ بازه $I_1 = [0,4]$ و دامنه $g(x)$ بازه $I_2 = [2,4]$ فرض شود، دامنه $h(x) = f(2x) + g\left(\frac{1}{x}\right)$ را بدست آورید.
- 28- اگر $2f(x) + x \cdot f(-x) = 3x + 2$ باشد ضابطه $f(x)$ را بدست آورید.
- 29- نمودار تابع $y = f(x)$ به شکل مقابل داده شده است:
- نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -x+2 & 0 < x < 2 \\ x+2 & -2 < x \leq 0 \end{cases}$ را رسم کنید، سپس با استفاده از انتقال، نمودار تابع $\frac{1}{2}f(2x-2) + 2$ را رسم کنید و دامنه آن را تعیین کنید.
- 30- ثابت کنید اگر تابعی هم زوج باشد و هم فرد آنگاه به صورت $f(x) = 0$ است.
- 31- نمودار تابع $y = (x^2+1) \cdot \text{sign}(x)$ را رسم نموده و زوج یا فرد بودن آن را بررسی کنید.
- 32- زوج یا فرد بودن تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 - 2x & |x| \leq 1 \\ \log \frac{x+1}{x-1} & |x| > 1 \end{cases}$ را بررسی کنید.
- 33- اگر f تابعی فرد و g تابعی زوج باشد، $\frac{f}{g}$ و fog چه نوع تابعی هستند؟

- 34- زوج یا فرد بودن تابع $f(x) = \log(\sqrt{4x^2+1}-2x)$ را بررسی کنید.
- 35- اگر f تابعی حقیقی باشد و برای هر a و b حقیقی داشته باشیم: $f(a+b) + f(a-b) = 2f(a) + 2f(b)$ ثابت کنید تابعی زوج است.
- 36- ثابت کنید تابع $f(x) = x^3 + 3x - 1$ یک به یک است.
- 37- ثابت کنید تابعی که در دامنه اش یا صعودی اکید است یا نزولی اکید، تابعی یک به یک است.
- 38- اگر تابع $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$ تعریف شده باشد: الف- دامنه برد آن را پیدا کنید.
ب- نشان دهید که f یک به یک است.
- 39- ثابت کنید تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq 0 \\ 4x - 1 & x < 0 \end{cases}$ یک به یک است و معکوس آن را بدست آورید.
- 40- نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & x < 0 \end{cases}$ را رسم کنید. همچنین پوشا بودن و یک به یک بودن و صعودی یا نزولی بودن تابع را بررسی کنید.
- 41- تابع f به صورت $f(x) = (x+3)^2$ ، $x \leq 3$ داده شده است. نشان دهید تابع مذکور صعودی اکید یا نزولی اکید است، بنا بر این یک به یک است. f^{-1} را بیابید و نمودار f و f^{-1} را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.
- 42- نشان دهید تابع $f(x) = \sqrt[3]{\frac{x}{x+1}}$ وارون پذیر است، آنگاه ضابطه معکوس آن را به دست آورید.
- 43- نشان دهید دو تابع $f(x) = 2x^3 - 1$ و $g(x) = \sqrt[3]{\frac{x+1}{2}}$ معکوس یکدیگرند.
- 44- f تابعی یک به یک است و f^{-1} معکوس f است. معکوس تابع $g(x) = f(2x-3) + 1$ را بدست آورید.
- 45- مختصات نقطه تلاقی نمودار تابع $f(x) = x^3 + x + 4$ را با تابع وارونش بیابید.
- 46- ثابت کنید هرگاه f و g دو تابع اکیداً نزولی باشند، تابع $f \circ g$ یک تابع اکیداً صعودی است.
- 47- وارون تابع $f(x) = x + 4\sqrt{x}$ را در صورت وارون پذیری بیابید و اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی بودن آن را تحقیق کنید.
- 48- نمودار تابع $y = |x-1| - |x-2|$ را رسم کرده و برد آن را پیدا کنید.
- 49- نامعادله $|x-2| \geq \sqrt{x}$ را حل کنید.
- 50- اگر $\left[\frac{1+x}{x}\right] = 4$ مفروض باشد، حاصل $[-12x]$ را حساب کنید. (علامت $[]$ به معنی جزء صحیح است)
- 51- برد توابع زیر را بدست آورید:
الف- $y = 5^{([x]+[-x])}$
ب- $y = [tgx + \cot x]$
- 52- معادلات زیر را حل کنید:
الف- $[x]^2 - 6[x] + 8 = 0$

ب- $[x+1] = x+1$

ج- $\left[\frac{1}{x}\right] = 3$

- 53- مطلوب است رسم نمودار $y = x - |x-1| + [x]$ در بازه $[-2, 2]$.
- 54- ریشه مشترک معادلات $3x^2 - 7x + 3m + 13 = 0$ و $2x^2 + 5x + 2m + 1 = 0$ را بیابید.
- 55- اگر هر دو ریشه معادله $x^2 + (\sqrt{b+3} + a)x + a^2 - 1 = 0$ برابر صفر شود، $b.a$ را بیابید.
- 56- در معادله $4x^2 - 16x + m$ یکی از ریشه ها 3 واحد از ریشه دیگری بزرگتر است. m و هر دوریشه را پیدا کنید.
- 57- مقدار m چنان بیابید که یکی از ریشه های معادله $x^2 + (m-1)x + 8 = 0$ مربع ریشه دیگر باشد.
- 58- اگر a و b ریشه های معادله $x^2 + 2(m+1)x + 2m - 1 = 0$ باشند، به ازای کدام مقدار m سه عدد a و m و b جملات متوالی یک تصاعد هندسی هستند؟
- 59- رابطه مستقلی از پارامتر بین ریشه های معادله درجه دوم مقابل بدست آورید: $x^2 \cos q - x \sin q + 1 = 0$
- 60- ثابت کنید اگر در معادله درجه دومی یکی از ریشه ها k برابر ریشه دیگری باشد داریم: $\frac{b^2}{ac} = \frac{(k+1)^2}{k}$
- 61- m را طوری تعیین کنید که معادله $m(x^2 + 5x + 4) = x$ دارای دو ریشه حقیقی متمایز باشد.
- 62- به ازای مقادیر مختلف m در تعداد د علامت ریشه های معادله $x^2 - x - 1 = 0$ باشد.
- 63- اگر باقیمانده تقسیم چند جمله ای $f(x)$ بر $(x-2)$ برابر با 5 و باقیمانده تقسیم چند جمله ای $g(x)$ بر $(2-x)$ برابر با 3 باشد، باقیمانده تقسیم $(f+g)(x)$ بر $(2x-4)$ را بدست آورید.
- 64- k چنان تعیین کنید که چند جمله ای $p(x) = x^3 + kx^2 - 2x + 1$ بر $x+k$ بخش پذیر باشد.
- 65- در صورتی که دو چند جمله ای $p(x) = x^2 - ax + 2$ و $Q(x) = (b+1)x^2 + 2x - a$ در تقسیم بر $x+1$ هم باقیمانده باشند، نشان دهید $b = 2a + 4$ می باشد.
- 66- چند جمله ای درجه دوم $p(x) = ax^2 + bx + c$ را چنان باید که باقیمانده تقسیم آن بر $x-1, x+1$ به ترتیب 1 و 3 و باقیمانده تقسیم آن بر $x, x+2$ مساوی باشد.
- 67- اگر باقیمانده تقسیم $f(x)$ بر $x-1$ مساوی 2 و بر $x+1$ مساوی 3- و بر $x+2$ مساوی 1 باشد، باقیمانده تقسیم $f(x)$ را بر $\frac{1}{2}(x^2-1)(x+2)$ را بیابید.
- 68- اگر باقیمانده تقسیم $f(x)$ بر $2x^3 - 5x + 6$ برابر $x^2 + x + 3$ باشد $f(-2)$ را محاسبه کنید.
- 69- مقادیر a, b, c را چنان تعیین کنید که عبارت $x^4 + x^3 + ax^2 + bx + c$ بر $x^3 - 3x + 2$ بخش پذیر باشد.
- 70- در صورتی که باقیمانده تقسیم $ax^6 + bx^3 + 1$ بر برابر 1 باشد، باقیمانده تقسیم $x^2 + ax + b$ بر $x+2$ را بدست آورید.
- 71- مقادیر a, b, c را چنان تعیین کنید که $f(x) = ax^3 + bx + cx + 5$ بر $x^2 + 1$ بخش پذیر باشد و بر $x+2$ باقیمانده ای برابر 5 داشته باشد.
- 72- در صورتی که $\cos a = \frac{12}{13}, \tan b = \frac{4}{3}$ و a, b حاده باشند، مقادیر زیر را محاسبه کنید:

الف - $\tan 2a = ?$ ب - $\sin(a - b) = ?$

73- درستی رابطه $\frac{\sin x \cos x}{\sin 2x} - \cos 2x = -\frac{1}{2}$ را ثابت کنید.

74- ثابت کنید: $\cos \frac{p}{7} \cos \frac{2p}{7} \cos \frac{4p}{7} = -\frac{1}{8}$

75- عبارت $\sin^2(75^\circ) - \sin^2(15^\circ)$ را به ضرب تبدیل نموده و از آن طریق حاصل عبارت را بدست آورید.

76- ثابت کنید: $\cos \frac{p}{9} + \cos \frac{3p}{9} + \cos \frac{5p}{9} + \cos \frac{7p}{9} = \frac{1}{2}$

77- به ضرب تبدیل کنید: $I = \sin 3x + \cos 3x + \sin 2x + \cos 2x + \sin x + \cos x$

78- اگر $A_n = \left(-\frac{1}{n}, \frac{1}{n}\right)$ باشد $A_1 - A_2$ را به صورت بازه بنویسید.

79- اگر $A = \{x : x \in R, |x| \leq 3\}$ و $B = \{x : x \in R, x > 2\}$ و $C = \{x : x \in R, x > 2\}$ ، مجموعه

$(A - B) \cup C$ را به صورت بازه نشان دهید.

80- اگر رابطه $f(x) = \begin{cases} 3x+k & x \geq 2 \\ x-2k & x \leq 2 \end{cases}$ یک تابع باشد، مقدار k را محاسبه کنید.

81- دامنه تابع $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{[x-1]}$ را بدست آورید.

82- برد توابع زیر را بدست آورید:

الف - $y = \text{sign}(x)$ ب - $y = x|x|$

ج - $y = \frac{1}{\sqrt{[x]+[-x]}}$ د - $y = x\sqrt{|x|}$

ه - $y = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 4}$

83- اگر برد تابع $y = f(x)$ بازه $[2, 3]$ باشد، برد تابع $y = 3f(-x) + 1$ را پیدا کنید.

84- دامنه توابع زیر را پیدا کنید:

الف - $f(x) = \sqrt{x^2 - 9}$ ب - $g(x) = \frac{5x}{|x-3|-2}$

85- به ازای چه مقدار از a دو تابع مقابل با هم مساویند؟ $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-9}{x-3} & x \neq 3 \\ a+16 & x = 3 \end{cases}, g(x) = x+3$

86- اگر $f = \{(1,2), (2,4), (3,5)\}$ و $g = \{(1,1), (2,3), (3,3)\}$ آنگاه تابع $\frac{3f}{f-g}$ را تعیین کنید.

-87 اگر $f(x) = x^3 + 1$ و $g(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & x \geq 0 \\ x^2 & x < 0 \end{cases}$ مطلوب است محاسبه $\frac{(f \cdot g)(1)}{(\frac{g}{f})(-2)}$

-88 توابع g, f با ضابطه های $f(x) = \frac{1}{1-x}$ و $g(x) = \sqrt{x+2}$ مفروضند. دامنه توابع gof, g, f را تعیین کنید، سپس ضابطه تابع gof را در صورت وجود بنویسید.

-89 اگر $f(x) = x+1, g(x) = x^2 - 2x + 3$ را طوری تعیین کنید که: $(fog)(x) = (gof)(x)$

-90 توابع g, f با ضابطه های $f(x) = \sqrt{x}$ و $g(x) = \sqrt{2-x}$ مفروضند. دامنه توابع $gof, \frac{g}{f}, f \cdot g, g, f$ را بدست آورید.

-91 اگر توابع g, f به صورت زیر باشند، تابع fog را پیدا کنید.

$f = \{(2,3), (3,8), (5,10), (6,12)\}$ $g = \{(1,3), (2,5), (4,6), (5,7)\}$

-92 اگر $f(x) = \sqrt{x+2}, g(x) = \frac{x-2}{x^2-9}$ باشند، ضابطه تابع $\frac{f}{g}$ را بدست آورید.

-93 اگر $f(x) = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ و $g(x) = x^2 + 2$ باشد c, b, a را طوری پیدا کنید که $(gof)(x) = 3x^2$

-94 اگر $f(x) = \frac{2x+1}{x-1}$ باشد دامنه $f \circ f$ و ضابطه آن را بدست آورید.

-95 اگر $(fog)(x) = \frac{3x-1}{2}, g(x) = x-2$ آنگاه $f(x)$ را بدست آورید.

-96 اگر $D_f = [-2, 2], R_f = [4, 8]$ مطلوب است:

الف - $R_{2f(x)}, D_{2f(x)}$ ب - $R_{f(2x)}, D_{f(2x)}$

-97 اولاً نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ را به کمک نقطه یابی رسم کنید، ثانیاً به کمک انتقال، نمودار تابع $y = \sqrt{x+1}$ را رسم کنید و دامنه و برد آن را بنویسید.

-98 نمودار توابع زیر را رسم کنید:

الف: $y = x + \sin x, D[0, 2\pi]$ ب: $y = |x^2 - 2x + 3|, D[-1, 3]$

-99 ابتدا نمودار تابع $y = x^2 - 2x$ را رسم کنید. سپس نمودار $f(x) = |x^2 - 2x|$ را رسم کنید.

-100 اگر $f(x) = \cos 2x$ باشد، نمودار تابع $y = |f(x)|$ را در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید.

-101 اگر تابع $f = \{(a-1, b), (0, 0), (1, c-2)\}$ هم زوج و هم فرد باشد، آنگاه $a+b+c$ را تعیین کنید.

-102 نشان دهید تابع f با دامنه متقارن نسبت به صفر را می توان به صورت مجموع یک تابع زوج و یک تابع فرد نوشت.

-103 در مورد فرد یا زوج بودن تابع $y = \log \frac{2+x}{2-x}$ تحقیق کنید.

-104 زوج یا فرد بودن تابع $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 1}$ را بررسی کنید.

-105 به ازای چه مقادیری از m ، تابع $f(x) = \cos(\sin x) + \sin(\cos x)$ را بررسی کنید.

106- کدام یک از تابعهای زیر زوج و کدام فرد و کدام نه زوج و نه فرد است؟

الف- $f(x) = x^5 + x$

ب- $g(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 1}$

ج- $h(x) = \sqrt{x} + \cos x$

107- زوج یا فرد بودن تابع زیر را بررسی کنید.

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + 2 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -(x^3 + 2) & x < 0 \end{cases}$$

108- اگر f فرد و g زوج باشد، در مورد زوج یا فرد بودن تابع $h(x) = g(\sin(f(x)))$ چه می توان گفت؟

109- آیا تابع $f(x) = (x+4)^2$ برای $x < -4$ یک به یک است؟

110- اگر f تابعی یک به یک باشد و $g(x) = \frac{2}{3-f(x)}$ ، g^{-1} را بیابید.

111- تابع معکوس تابع $g(x) = 2 + 3f(x-1)$ را بنویسید.

112- ثابت کنید اگر f تابعی اکیداً صعودی و g تابعی اکیداً نزولی باشد، آنگاه $fo(-2g)$ اکیداً صعودی است.

113- وارون پذیری تابع $f(x) = x^2 - 6x + 1$ را در فاصله $x \leq 3$ بررسی نمایید.

114- ثابت کنید تابع $y = \frac{1-2x}{1+x}$ یک به یک است. سپس ضابطه معکوس آن را بدست آورید.

115- مجموعه جواب نامعادله $\frac{2-|x-2|}{|2-x|} > 0$ را بدست آورید.

116- معادله $[x + 3[x]] = 2[x - 4]$ را حل کنید.

117- نمودار تابع به معادله مقابل را رسم کنید: $f(x) = [\sin x] + [\cos x]$; $0 < x < \frac{\pi}{2}$

118- m را چنان بیابید که ریشه های معادله $4x^2 - 2mx - 1 = 0$ سینوس و کسینوس یک کمان باشد.

119- اگر a, b ریشه های معادله $x^2 - 5x - 1 = 0$ باشند و $a^5 + b^5 = k$ باشند، آنگاه $a^{15} + b^{15}$ را بر حسب k بیابید.

120- اگر a, b ریشه های معادله $x^2 - 5x - \frac{9}{4} = 0$ باشند، حاصل $(a^2 - 2a)(b^2 - 2b)$ را بیابید.

121- اگر یکی از ریشه های معادله $ax^2 + bx + a = 0$ ثلث ریشه دیگر باشد، مقدار $\frac{a^2}{b^2}$ را بدست آورید.

122- مقادیر m را طوری پیدا کنید که معادله $(m+2)x^2 + 4x + (m-1) = 0$ دارای دو جواب حقیقی باشد.

123- معادله درجه دومی با ضرایب گویا بنویسید که یکی از ریشه های آن $2 + \sqrt{3}$ باشد.

124- اگر a, b ریشه های معادله $x^2 - 5x + 1 = 0$ باشند، معادله درجه دومی بنویسید که ریشه های آن $1 + a^2$ و $1 + b^2$ باشند.

125- معادله $x^2 - x - 1 = 0$ مفروض است معادله درجه دوم دیگری بنویسید که ریشه هایش هر کدام مکعب ریشه های این معادله باشند.

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 125 \\ (a-1)(b-1) = 36 \end{cases} \quad \text{126- معادله درجه دومی بنویسید که روابط مقابل بین ریشه هایش برقرار باشد:}$$

127- اگر چند جمله ای $f(x) = ax^{2n+1} + x^{2n} + 2$ بر $x+1$ بخش پذیر باشد، مقدار a را محاسبه کنید. ($n \in \mathbb{N}$)

128- مقدار m را در $f(x) = 2x + 5m - 6$ را بیابید در صورتیکه بدانیم $f(x^2 + 4)$ بر $(x-2)$ بخش پذیر است.

129- a, b را چنان بیابید که چند جمله ای $x^3 + ax^2 + 2bx - 3$ بر $x-3$ بخش پذیر بوده و باقیمانده تقسیم آن بر $x-1$ برابر 4- باشد.

130- باقیمانده تقسیم چند جمله ای $p(x)$ بر $x-3, x+2$ به ترتیب 9- و 1 می باشد، باقیمانده تقسیم $p(x)$ بر عبارت

$$x^2 - x - 6 \quad \text{را حساب کنید.}$$

ادامه دارد...