

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعات شروع: ۱۰:۳۰ صبح	رشته: علوم ریاضی	سوالات امتحان هماهنگ کشوری درس: هندسه تحلیلی و جبر خطی
تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۴/۲		دوره پیش دانشگاهی « ۲۰ نمره ای »	
اداره گل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		دانش آموزان و داوطلبان آزاد در جبرانی دوم سال تحصیلی ۸۲ - ۱۳۸۱	

ردیف	سوالات	نمره
۱	نقاط $A = (1, 2, 1)$ و $B = (3, 1, 4)$ و $C = (1, 5, 2)$ سه رأس مثلث ABC هستند. طول میانه AM را پیدا کنید.	۱
۲	بردارهای $a = (2, 4, 4)$ و $b = (2, 0, 2)$ را در نظر بگیرید: (الف) برداری که e_3 را پیدا کنید. (ب) تصویر قائم بردار a را روی امتداد بردار b پیدا کنید. (ج) مساحت متوازی الاضلاعی که بردارهای a و b دو ضلع مجاور آن هستند را پیدا کنید.	۲
۳	فرض کنید a و b دو بردار دلخواه باشند، ثابت کنید: $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2(a ^2 + b ^2)$	۳
۴	فاصله نقطه $A(3, 0, 1)$ از خط $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{2}$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۵	معادله صفحه گذرا از نقطه $A = (1, 2, 2)$ و خط $L: \frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{3} = z$ را بنویسید.	۱/۲۵
۶	معادله خطی را بنویسید که در نقطه $(4, 3)$ بر دایره $x^2 + y^2 = 25$ مماس باشد.	۱/۲۵
۷	بیضی به معادله $16x^2 + 9y^2 = 144$ را در نظر بگیرید: مختصات نقاط برخورد با محور x ها، محور y ها، کانون ها و طول قطر بزرگ و قطر کوچک بیضی را به دست آورید.	۲/۲۵
۸	معادله یک سهمی را بنویسید که رأس آن مبدأ مختصات بوده و محور x ها، محور تقارن آن باشد و از نقطه $(-2, -2)$ عبور کند سپس مختصات کانون را به دست آورید.	۱
۹	با استفاده از دوران مناسب حول محورهای مختصات و یافتن معادله استاندارد نشان دهید معادله $x^2 + 2xy + y^2 - 10 = 0$ مربوط به یک هذلولی است.	۱/۵
۱۰	فرض کنید A و B دو ماتریس مربعی و متقارن از مرتبه ۳ باشند و داشته باشیم $AB = BA$ ثابت کنید ماتریس AB متقارن است.	۰/۲۵
۱۱	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 3 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ حاصل $A^T + AB$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۲	به کمک ویژگی های دترمینان ثابت کنید: $\begin{vmatrix} 1 & x & 2yz \\ 1 & 2y & xz \\ 1 & z & 2xy \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & x & x^2 \\ 1 & 2y & 4y^2 \\ 1 & z & z^2 \end{vmatrix}$	۱/۵
۱۳	دترمینان مقابل را با روش ساروس محاسبه کنید: $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$	۰/۲۵
۱۴	(الف) فرض کنیم A یک ماتریس مربعی باشد که وارون پذیر است، ثابت کنید: وارون A منحصر به فرد است. (ب) دستگاه مقابل را به روش حذفی گاوس حل کنید. $\begin{cases} x + y + z = 4 \\ x - y + 2z = 1 \\ 2x + 4y - 6z = 5 \end{cases}$	۱ ۱/۵
۲۰	جمع نمرات « موفق باشید »	