

مدت امتحان ۱۱۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی پرورش ارشد	سؤالات امتحان هماهنگ کشوری درس: هندسه تحلیلی و جبر خطی
تاریخ امتحان: ۱۳۸۲ / ۲ / ۲۸	(۱۵ نمره ای)	« دوره پیش دانشگاهی »
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	سال تحصیلی ۸۲ - ۱۳۸۱	دانش آموزان و داوطلبان آزاد در نیم سال دوم

ردیف	سؤالات	نمره
۱	اگر $a = (2, 3, 0)$ و $b = (-1, 1, 2)$ باشند: الف - قرینه بردار $a$ را نسبت به امتداد بردار $b$ بیابید. ب - مساحت مثلثی را که توسط بردارهای $a, b$ تولید می شود پیدا کنید.	۱/۲۵
۲	اگر $a = (2, 1, 2)$ و $ b  = 2$ زاویه بین $a$ و $b$ برابر $\frac{\pi}{6}$ باشد حاصل $(2a - 3b) \cdot (a - b)$ را تعیین کنید.	۰/۷۵
۳	فرض کنید $a$ و $b$ دو بردار غیر صفر باشند ثابت کنید اگر $a$ بر $b$ عمود باشد آنگاه $ a+b ^2 =  a ^2 +  b ^2$	۰/۷۵
۴	معادلات پارامتری خطی را بنویسید که از نقطه $(2, 1, 3)$ بگذرد و موازی خط $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{-3} = z$ باشد.	۰/۷۵
۵	معادله صفحه ای را بنویسید که از دو خط متقاطع $L_1: \frac{x-2}{2} = y+2 = \frac{z-2}{-1}$ و $L_2: x-1 = \frac{y}{-2} = \frac{z}{2}$ بگذرد.	۱/۲۵
۶	مکان هندسی نقاطی از صفحه که فاصله آنها از نقطه $(2, 4)$ برابر فاصله آنها از نقطه $(1, 2)$ باشد را مشخص کنید.	۱
۷	مختصات کانونها و طول قطرهای هذلولی $9y^2 - 16x^2 = 144$ را بدست آورده و آن را رسم کنید.	۱
۸	نوع مقطع مخروطی $4x^2 + y^2 - 32x + 6y + 57 = 0$ را تعیین کرده و آن را رسم کنید.	۱/۲۵
۹	با استفاده از دوران مناسب و یافتن معادله استاندارد نشان دهید $17x^2 - 6xy + 9y^2 = 72$ یک بیضی است.	۱/۵
۱۰	اگر $A$ و $B$ دو ماتریس متقارن از مرتبه ۳ باشند و $AB = BA$ نیز متقارن باشد ثابت کنید $AB = BA$	۱
۱۱	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ باشد حاصل $3A^2 + AA^T$ را بیابید.	۱/۲۵
۱۲	به کمک ویژگی های دترمینان ثابت کنید. $\begin{vmatrix} 1+x & y & z \\ x & 1+y & z \\ x & y & 1+z \end{vmatrix} = 1+x+y+z$	۱/۲۵
۱۳	اگر $A$ ماتریس مربعی و وارون پذیر باشد ثابت کنید $ A  \neq 0$ است.	۰/۵
۱۴	دستگاه $\begin{cases} x_1 + x_3 = 3 \\ x_1 + 2x_2 = 4 \\ x_2 - x_3 = -2 \end{cases}$ را به کمک دستور کرامر حل کنید.	۱/۵
	« موفق باشید »	
۱۵	جمع نمرات	

باسمه تعالی

ساعت شروع ۱۴:۳۰	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان هماهنگ کشوری درس: هندسه تحلیلی و جبر خطی
تاریخ امتحان: ۱۳۸۲ / ۲ / ۲۸	« دوره پیش دانشگاهی » (۱۵ نمره ای)	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد در نیم سال دوم سال تحصیلی ۸۲ - ۱۳۸۱	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۱/۲۵	الف) $a^r = r \frac{a \cdot b}{ b ^r} b - a = \frac{1}{3}(-1, 1, 2) - (2, 3, 0) = (-\frac{7}{3}, -\frac{8}{3}, \frac{2}{3})$ (۰/۲۵) ب) $S = \frac{1}{r}  a \times b  = \frac{1}{r}  (6, -4, 5)  = \frac{1}{r} \sqrt{77}$ (۰/۲۵)	۱
۰/۷۵	$(ra - rb) \cdot (a - b) = r a ^r - ra \cdot b - rb \cdot a + r b ^r$ (۰/۲۵) $= 2 \times 9 - 5 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + 3 \times 4 = 30 - 30 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$ (۰/۲۵)	۲
۰/۷۵	$a \perp b \Rightarrow a \cdot b = 0 \rightarrow  a + b ^r = (a + b) \cdot (a + b) = a \cdot a + ra \cdot b + b \cdot b =  a ^r +  b ^r$ (۰/۲۵)	۳
۰/۷۵	$x = 2 + 2t, y = 1 + 3t, z = 3 + t$ (۰/۲۵)	۴
۱/۲۵	$(2, -2, 2)$ (۰/۲۵) $n = (2, 1, -1) \times (1, -2, 2) = (0, -5, -5)$ (۰/۵) $\Gamma: a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0 \rightarrow -5(y + 2) - 5(z - 2) = 0$ (۰/۲۵)	۵
۱	$P(x, y): \sqrt{(x-2)^2 + (y-4)^2} = \sqrt{2} \sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2}$ (۰/۵) $x^2 + y^2 = 10$ دایره ای به مرکز مبدأ و شعاع $\sqrt{10}$ است. (۰/۵)	۶
۱	$\frac{y^2}{16} - \frac{x^2}{9} = 1$ (۰/۲۵) $c^2 = a^2 + b^2 = 25 \Rightarrow c = 5$ $F(0, 5), F'(0, -5)$ (۰/۲۵) $a = 4, b = 3$ $\begin{matrix} 2a = 8 \\ 2b = 6 \end{matrix}$ (۰/۲۵)	۷
		(۰/۲۵)
	« ادامه در صفحه دوم »	

ساعت شروع ۱۴:۳۰	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح سوالات امتحان هماهنگ کشوری درس: هندسه تحلیلی و جبر خطی
تاریخ امتحان: ۱۳۸۲ / ۲ / ۲۸	« دوره پیش دانشگاهی » (۱۵ نمره ای)	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد در نیم سال دوم سال تحصیلی ۸۲ - ۱۳۸۱	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۱/۲۵	$۴(x-۴)^2 - ۶۴ + (y+۳)^2 - ۹ + ۵۷ = ۰ \quad (۰/۲۵)$ $\frac{(x-۴)^2}{۴} + \frac{(y+۳)^2}{۱۶} = ۱ \quad (۰/۲۵)$ <p>بیضی به مرکز <math>(۴, -۳)</math> است که <math>a=۴</math> , <math>b=۲</math> <math>(۰/۲۵)</math></p> <p style="text-align: right;">(۰/۵)</p>	۸
------	---	---

۱/۵	$a=۱۷$ , $b=-۶$ , $c=۹$ , $d=e=۰$ , $f=۷۲$ $\tan 2\theta = \frac{b}{a-c} = \frac{-۶}{۹} = -\frac{۲}{۳} \Rightarrow \cos 2\theta = \frac{۳}{۵} \Rightarrow \cos \theta = \frac{۱}{\sqrt{۱۰}}$ , $\sin \theta = \frac{۳}{\sqrt{۱۰}} \quad (۰/۲۵)$ $x = \cos \theta x' - \sin \theta y' = \frac{1}{\sqrt{10}} x' - \frac{3}{\sqrt{10}} y'$ $x = \sin \theta x' + \cos \theta y' = \frac{3}{\sqrt{10}} x' + \frac{1}{\sqrt{10}} y'$ $\frac{x'^2}{۹} + \frac{y'^2}{۴} = ۱ \quad (۰/۲۵)$ <p style="text-align: right;">یک بیضی است.</p>	۹
-----	--	---

۱	$\left. \begin{aligned} (AB)^T &= AB \quad (۰/۲۵) \\ (AB)^T &= B^T A^T = BA \quad (۰/۲۵) \end{aligned} \right\} \Rightarrow AB = BA \quad (۰/۲۵)$	۱۰
---	---	----

۱/۲۵	$A^2 = \begin{bmatrix} ۱ & -۱ & ۲ \\ ۳ & ۲ & ۱ \\ -۱ & ۰ & ۲ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ & -۱ & ۲ \\ ۳ & ۲ & ۱ \\ -۱ & ۰ & ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۴ & -۳ & ۵ \\ ۸ & ۱ & ۱۰ \\ -۳ & ۱ & ۲ \end{bmatrix} \quad (۰/۵)$ $AA^T = \begin{bmatrix} ۱ & -۱ & ۲ \\ ۳ & ۲ & ۱ \\ -۱ & ۰ & ۲ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ & ۳ & -۱ \\ -۱ & ۲ & ۰ \\ ۲ & ۱ & ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۶ & ۳ & ۳ \\ ۳ & ۱۴ & -۱ \\ ۳ & -۱ & ۵ \end{bmatrix} \quad (۰/۵)$ $۳A^2 + AA^T = \begin{bmatrix} -۶ & -۶ & ۱۸ \\ ۲۷ & ۱۷ & ۲۹ \\ -۶ & ۲ & ۱۱ \end{bmatrix} \quad (۰/۲۵)$	۱۱
------	--	----

باسمه تعالی

ساعت شروع ۱۴:۳۰	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان هماهنگ کشوری درس: هندسه تحلیلی و جبر خطی
تاریخ امتحان: ۱۳۸۲ / ۲ / ۲۸	« دوره پیش دانشگاهی » (۱۵ نمره ای)	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد در نیم سال دوم سال تحصیلی ۸۲ - ۱۳۸۱	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۱/۲۵	$\begin{vmatrix} 1+x & y & z \\ x & 1+y & z \\ x & y & 1+z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1+x+y+z & y & z \\ 1+x+y+z & 1+y & z \\ 1+x+y+z & y & 1+z \end{vmatrix} \quad (./5) =$ $(1+x+y+z) \begin{vmatrix} 1 & y & z \\ 1 & 1+y & z \\ 1 & y & 1+z \end{vmatrix} \quad (./25) = (1+x+y+z) \begin{vmatrix} 1 & y & z \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad (./25) = 1+x+y+z \quad (./25)$	۱۲
۰/۵	$AA^{-1} = I \Rightarrow  A   A^{-1}  =  I  = 1 \Rightarrow  A  \neq 0 \quad (./25)$	۱۳
۱/۵	$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 4 & -2 & 0 \\ -2 & 1 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}} = 2 \quad (./5)$ $x_2 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 0 \\ 0 & -2 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}} = -1 \quad (./5)$ $x_3 = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \\ 0 & 1 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}} = 1 \quad (./5)$	۱۴
۱۵	جمع نمرات	

با عرض سلام: مصححین محترم لطفاً برای راه حل های درست دیگر نمره را به تناسب تقسیم فرمایید.