

باسمه تعالی

|   |                   |                                 |                       |
|---|-------------------|---------------------------------|-----------------------|
| سؤالات امتحان هماهنگ کشوری درس : هندسه تحلیلی و جبر خطی         | رشته : علوم ریاضی | ساعت شروع : ۱۰:۳۰ صبح           | مدت امتحان: ۱۱۰ دقیقه |
| دوره پیش دانشگاهی « ۱۵ نمره ای »                                |                   | تاریخ امتحان : ۱۳۸۲ / ۲ / ۲۸    |                       |
| دانش آموزان و داوطلبان آزاد در نیم سال دوم سال تحصیلی ۸۲ - ۱۳۸۱ |                   | اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی |                       |

| ردیف | سؤالات   | نمره |
|------|--|------|
| ۱    | اگر $a = 2i - j + 2k$ و $b = i - j$ باشند،<br>الف) زاویه بین بردار $a, b$ را تعیین کنید.<br>ب) تصویر قائم بردار $a$ را روی امتداد بردار $b$ تعیین کنید.                    | ۱    |
| ۲    | بردار $a = (1, 2, 2)$ و $b = (-1, 2, -2)$ عمود باشد.   | ۱    |
| ۳    | فرض کنید $a, b$ دو بردار دلخواه باشند، ثابت کنید:<br>$ a \cdot b  \leq  a   b $  | ۰/۷۵ |
| ۴    | فاصله دو خط موازی $L_1: \frac{x}{4} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{-4}$ و $L_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{-2}$ را بیابید.                                 | ۱    |
| ۵    | معادله صفحه ای را بنویسید که از نقاط $(1, 2, 2)$ و $(2, -1, 1)$ و $(0, 1, -1)$ بگذرد.  | ۱    |
| ۶    | معادله دایره ای به مرکز مبدأ مختصات بنویسید که بر خط $3x - 4y = -1$ مماس باشد.   | ۱    |
| ۷    | طول قطرها و خروج از مرکز بیضی $4x^2 + 9y^2 = 36$ را بیابید.  | ۰/۷۵ |
| ۸    | مختصات کانون و معادله خط هادی سهمی $x^2 + 8x + 8y = 0$ را تعیین نموده و آن را رسم کنید.  | ۱/۵  |
| ۹    | با استفاده از دوران محورهای مختصات به اندازه مناسب و یافتن معادله استاندارد نوع مقطع مخروطی $x^2 + xy + y^2 = 6$ را تعیین کنید.  | ۱/۵  |
| ۱۰   | با استفاده از دوران حاصل $\begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix}^{13}$ را بیابید.   | ۱    |
| ۱۱   | ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ را به صورت مجموع یک ماتریس متقارن و یک ماتریس پاد متقارن بنویسید.                         | ۱/۲۵ |
| ۱۲   | اگر $\begin{vmatrix} 1 & b & a+1 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 8$ باشد، مقدار $\begin{vmatrix} 1 & b & a \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$ را بیابید. | ۱/۲۵ |
| ۱۳   | دستگاه $\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 5 \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 24 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 = 4 \end{cases}$ را به روش حذفی گاوس حل کنید.                                 | ۱/۵  |
| ۱۴   | اگر $A$ ماتریسی وارون پذیر و $A^{-1}$ وارون آن باشد، ثابت کنید $ A^{-1}  = \frac{1}{ A }$  | ۰/۵  |
|      | « موفق باشید »   |      |
|      | جمع نمره   | ۱۵   |

|                                 |   |   |
|---------------------------------|---|---|
| ساعت شروع : ۱۰:۳۰ صبح           | رشته : علوم ریاضی   | راهنمای تصحیح سوالات امتحان هماهنگ کشوری درس : هندسه تحلیلی و جبر خطی |
| تاریخ امتحان : ۱۳۸۲ / ۲ / ۲۸    | دوره پیش دانشگاهی « ۱۵ نمره ای »                                |   |
| اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی | دانش آموزان و داوطلبان آزاد در نیم سال دوم سال تحصیلی ۸۲ - ۱۳۸۱ |   |

| نمره | راهنمای تصحیح   | ردیف |
|------|---|------|
| ۱/۵  | $\begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 & 5 \\ 4 & 5 & 6 & 24 \\ 3 & 1 & -2 & 4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & 4 & 6 & 5 \\ 0 & -3 & -6 & -12 \\ 0 & 0 & -1 & -3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2x_1 + 4x_2 + 6x_3 = 5 \\ -3x_2 - 6x_3 = -12 \\ -x_3 = -3 \end{cases}$ <p>(./۲۵)</p> <p>(./۷۵)</p> <p><math>\Rightarrow x_3 = 3</math> و <math>x_2 = -2</math> و <math>x_1 = \frac{-5}{2}</math> (./۵)</p> | ۱۳   |
| ۰/۵  | $AA^{-1} = I \Rightarrow  A   A^{-1}  =  I  = 1 \Rightarrow  A^{-1}  = \frac{1}{ A }$ (./۲۵)  | ۱۴   |
| ۱۵   | جمع نمره  |      |

با عرض سلام : مصححین محترم لطفاً برای راه حل های درست دیگر نمره را به تناسب تقسیم فرمایید.

|                                 |   |   |
|---------------------------------|---|---|
| ساعت شروع : ۱۰:۳۰ صبح           | رشته : علوم ریاضی   | راهنمای تصحیح سوالات امتحان هماهنگ کشوری درس : هندسه تحلیلی و جبر خطی |
| تاریخ امتحان : ۱۳۸۲ / ۲ / ۲۸    | دوره پیش دانشگاهی « ۱۵ نمره ای »                                |   |
| اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی | دانش آموزان و داوطلبان آزاد در نیم سال دوم سال تحصیلی ۸۲ - ۱۳۸۱ |   |

| ردیف                  | راهنمای تصحیح   | نمره |
|-----------------------|---|------|
| ۱                     | $\cos\theta = \frac{a \cdot b}{ a  b } \quad (./۲۵) \quad \cos\theta = \frac{۳}{۳\sqrt{۲}} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{۴} \quad (الف)$ $a' = \frac{a \cdot b}{ b ^۲} b = \frac{۳}{۲} (i - j) \quad (./۲۵) \quad (ب)$        | ۱    |
| ۲                     | $V = a \times b = (-۸, ۰, ۴) \quad (./۲۵)$ $e_v = \frac{1}{ V } V = \frac{1}{\sqrt{۸۰}} (-۸, ۰, ۴) \quad (./۲۵)$  | ۲    |
| ۳                     | $ \cos\theta  \leq ۱ \quad (./۲۵)$ $a \cdot b =  a  b  \cos\theta \quad (./۲۵)$ $ a \cdot b  =  a  b   \cos\theta  \leq  a  b  \quad (./۲۵)$  | ۳    |
| ۴                     | $P(۰, ۲, ۳) \quad P \cdot P = (-۱, ۳, ۱) \quad (./۲۵)$ $P_1(۱, -۱, ۲) \quad D = \frac{ P \cdot P \times u }{ u } = \frac{۵\sqrt{۲}}{۳} \quad (./۲۵)$ $U = (۲, -۱, -۲)$  | ۴    |
| ۵                     | $P_1(۱, ۲, ۲) \quad P \cdot P_1 = (۱, -۳, -۱) \quad (./۲۵)$ $P_2(۲, -۱, ۱) \quad P \cdot P_2 = (-۱, -۱, -۳)$ $P_3(۰, ۱, -۱) \quad n = P \cdot P_1 \times P \cdot P_2 = (۸, ۴, -۴) \quad (./۲۵)$ $۸x + ۴y - ۴z = ۸ \quad (./۲۵)$ | ۵    |
| ۶                     | $R = \frac{ ax + by + c }{\sqrt{a^۲ + b^۲}} \quad (./۲۵) \quad R = \frac{۱}{۵} \quad (./۲۵), (x - \alpha)^۲ + (y - \beta)^۲ = R^۲ \quad (./۲۵) \quad x^۲ + y^۲ = \frac{۱}{۲۵} \quad (./۲۵)$                                     | ۶    |
| ۷                     | $\frac{x^۲}{۹} + \frac{y^۲}{۴} = ۱$ $a = ۳ \rightarrow ۲a = ۶$ $b = ۲ \rightarrow ۲b = ۴ \quad (./۲۵)$ $c = \sqrt{a^۲ - b^۲} = \sqrt{۵} \quad (./۲۵)$ $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{۵}}{۳} \quad (./۲۵)$                       | ۷    |
| « ادامه در صفحه دوم » |   |      |

|                                 |   |   |
|---------------------------------|---|---|
| ساعت شروع : ۱۰:۳۰ صبح           | رشته : علوم ریاضی   | راهنمای تصحیح سوالات امتحان هماهنگ کشوری درس : هندسه تحلیلی و جبر خطی |
| تاریخ امتحان : ۱۳۸۲ / ۲ / ۲۸    | دوره پیش دانشگاهی « ۱۵ نمره ای »                                |   |
| اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی | دانش آموزان و داوطلبان آزاد در نیم سال دوم سال تحصیلی ۸۲ - ۱۳۸۱ |   |

| نمره                  | راهنمای تصحیح   | ردیف |
|-----------------------|---|------|
| ۱/۵                   | $x^2 + 8x + 16 - 16 + 8y = 0 \quad (./۵)$ $(x+4)^2 = -8y + 16 = -8(y-2) \Rightarrow O(-4, 2)$ $a = -2$ $F(-4, 0) \quad (./۲۵)$ $y = 4 \quad (./۲۵)$   | ۸    |
| ۱/۵                   | $\tan 2\theta = \frac{1}{2} \Rightarrow 2\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}}{2}x' - \frac{\sqrt{2}}{2}y' \\ y = \frac{\sqrt{2}}{2}x' + \frac{\sqrt{2}}{2}y' \end{cases} \quad (./۵)$ $\Rightarrow \frac{1}{2}(x'^2 + y'^2 - 2x'y') + \frac{1}{2}(x'^2 - y'^2) + \frac{1}{2}(x'^2 + y'^2 + 2x'y') = 6 \quad (./۵)$ $\Rightarrow 2x'^2 + y'^2 = 12 \Rightarrow \frac{x'^2}{6} + \frac{y'^2}{12} = 1$ <p style="text-align: right;">که یک بیضی است. (./۲۵)</p>   | ۹    |
| ۱                     | $2^{12} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}^{12} \quad (./۲۵) = 2^{12} \begin{bmatrix} \cos \frac{\pi}{3} & -\sin \frac{\pi}{3} \\ \sin \frac{\pi}{3} & \cos \frac{\pi}{3} \end{bmatrix}^{12} \quad (./۲۵) = 2^{12} \begin{bmatrix} \cos \frac{12\pi}{3} & -\sin \frac{12\pi}{3} \\ \sin \frac{12\pi}{3} & \cos \frac{12\pi}{3} \end{bmatrix}$ $(./۲۵) = 2^{12} \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix}^{12} = 2^{12} \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & 1 \end{bmatrix} \quad (./۲۵)$ | ۱۰   |
| ۱/۲۵                  | $A = \frac{A+A^T}{2} + \frac{A-A^T}{2} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & -2 & 0 \end{bmatrix} \quad (./۲۵)$   | ۱۱   |
| ۱/۲۵                  | $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & b & a+1 \\ 2 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & b & a \\ 2 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} \quad (./۲۵)$ $\Rightarrow \begin{vmatrix} 1 & b & a \\ 2 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = \Delta - 5 = 2 \quad (./۵)$  | ۱۲   |
| « ادامه در صفحه سوم » |   |      |