

سؤالات امتحان هماهنگ درس: ریاضیات گسسته	رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دوره ی پیش دانشگاهی « ۱۵ نمره ای »		تاریخ امتحان: ۱۷ / ۱۰ / ۱۳۸۶	
دانش آموزان مجتمع های تطبیقی دختران و پسران تهران در نیم سال اول سال ۸۷ - ۱۳۸۶		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	گراف $G(V, E)$ که $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$ و $E = \{v_1v_2, v_1v_3, v_2v_3, v_3v_4, v_3v_5, v_4v_5, v_4v_6, v_5v_6\}$ را در نظر بگیرید.	
۲	الف) نمودار این گراف را رسم کنید. ب) تمام دورهای این گراف را مشخص کنید. ج) آیا این گراف همیلتنی است؟ چرا؟	
۳	چند گراف ۳ - منتظم از مرتبه ۱۵ وجود دارد؟ چرا؟	۰/۷۵
۳	ثابت کنید اگر G درختی با p رأس و q یال باشد آن گاه $p = q + 1$.	۰/۷۵
۴	الف) ثابت کنید حاصل جمع دو عدد صحیح زوج، زوج است. ب) نشان دهید اگر $(a, b) = 1$ و $c a + b$ آن گاه $(c, a) = 1$.	۱/۵
۵	کوچکترین مضرب مشترک دو عدد a و b یعنی $[a, b]$ را تعریف کرده و سپس $[۳۶, ۵۶]$ را به دست آورید.	۱
۶	باقیمانده تقسیم عدد $۲^{۳۰}$ بر ۷ را به دست آورید.	۱
۷	معادله ی سیاله ی $۲۰۰x + ۵۰۰y = ۵۱۰۰$ را در Z حل کنید.	۱
۸	مجموعه ی $A = \{-۲, ۰, ۲, ۱, ۳\}$ و رابطه ی R روی A به صورت $R = \{(-۲, ۲), (۰, ۰), (۲, ۲), (۱, ۱), (۳, ۳)\}$ تعریف شده است. الف) گراف جهت دار متناظر با R را رسم کنید. ب) با استفاده از گراف جهت دار متناظر R ، تحقیق کنید R پاد متقارن است یا خیر؟	۱/۵
۹	چند عدد طبیعی کوچکتر یا مساوی ۱۰۵ وجود دارند که نسبت به آن اولند؟	۰/۵
۱۰	تعداد جوابهای صحیح و نامنفی معادله ی $x_1 + x_2 + x_3 = ۷$ با شرط $x_i \geq 1$ را پیدا کنید.	۱
	« ادامه ی سؤالات در صفحه ی دوم »	

باسمه تعالی

سؤالات امتحان هماهنگ درس: ریاضیات گسسته	رشته: علوم ریاضی	ساعت شروع: ۱۰ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دوره ی پیش دانشگاهی « ۱۵ نمره ای »		تاریخ امتحان: ۱۷ / ۱۰ / ۱۳۸۶	
دانش آموزان مجتمع های تطبیقی دختران و پسران تهران در نیم سال اول سال ۸۷ - ۱۳۸۶		اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	

ردیف	سؤالات	نمره								
۱۱	<p>سکه ای همگن را سه بار می اندازیم اگر A پیشامد رخ دادن پشت در پرتاب سوم و B پیشامد رخ دادن دقیقاً دو پشت در سه پرتاب باشد.</p> <p>الف) $P(A)$ و $P(B)$ را محاسبه کنید. ب) آیا دو پیشامد A و B مستقلند؟</p>	۱/۵								
۱۲	<p>سه ظرف همانند داریم اولین ظرف شامل ۵ مهره ی سفید و ۱۱ مهره ی سیاه است. دومین ظرف شامل ۳ مهره ی سفید و ۹ مهره ی سیاه است و سومین ظرف تنها شامل مهره های سفید است با چشم بسته یکی از سه ظرف را انتخاب و از آن مهره ای در می آوریم احتمال اینکه مهره سفید باشد چقدر است؟</p>	۱/۵								
۱۳	<p>جدول توزیع احتمال متغیر تصادفی X به صورت زیر است مقدار a را به دست آورید.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x_j</td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> </tr> <tr> <td>p_j</td> <td>$2a$</td> <td>$3a$</td> <td>$\frac{1}{6}$</td> </tr> </table>	x_j	۱	۲	۳	p_j	$2a$	$3a$	$\frac{1}{6}$	۱
x_j	۱	۲	۳							
p_j	$2a$	$3a$	$\frac{1}{6}$							
	« موفق باشید »	جمع نمره								
		۱۵								

ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان هماهنگ درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۷ / ۱۰ / ۱۳۸۶	دوره ی پیش دانشگاهی « ۱۵ نمره ای »	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان مجتمع های تطبیقی دختران و پسران تهران در نیم سال اول سال ۸۷ - ۱۳۸۶	

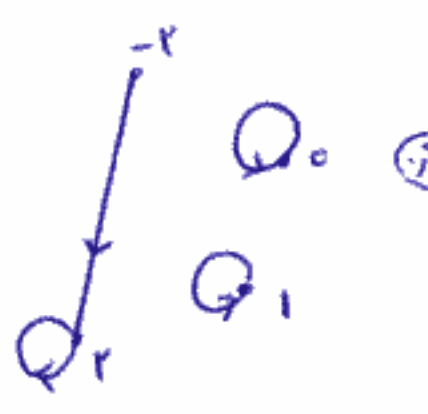
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۴	<p>در عدد زوج $2K$ و $2K'$ را در نظریه بیسم</p> <p>(الف) $2K + 2K' = 2(K + K') = 2K''$ (۲.۵)</p> <p>(ب) $c a + b \rightarrow a + b = cq$ (۲.۵)</p> <p>$(a, b) = 1 \xrightarrow{\text{بزرگ}} ma + nb = 1$ (۲.۵) I</p> <p>$\rightarrow b = cq - a$ II (۲.۵)</p> <p>I, II $\Rightarrow ma + n(cq - a) = 1 \Rightarrow (m - na) + (nq)c = 1$</p> <p>$\xrightarrow{\text{بزرگ}} (a, c) = 1$ (۲.۵)</p>	۱/۵
---	--	-----

۵	<p>عدد m را کوچکترین مضرب مشترک a، b و بیشترین مضرب مشترک a، b باشد دانسته $a c$، $b c$ یعنی c مضرب مشترک a و b باشد آنگاه $m \leq c$ باشد (۲.۵)</p> <p>$34 = 2^2 \times 17$، $54 = 2^3 \times 3^2$ (۲.۵) $\Rightarrow [34, 54] = 2^3 \times 17 \times 3^2 = 504$ (۲.۵)</p>	۱
---	---	---

۶	<p>باقی مانده تقسیم 2^{30} بر ۷ می باشد</p> <p>$2^3 \equiv 1 \pmod{7}$ (۲.۵) $(2^3)^{10} \equiv 1^{10} \pmod{7} \Rightarrow 2^{30} \equiv 1 \pmod{7}$ (۲.۵)</p>	۱
---	--	---

۷	<p>معادله جواب دارد. (۲.۵) $(5, 2) = 1, 1 51$</p> <p>$200x + 500y = 5100 \rightarrow 2x + 5y = 51$</p> <p>$x = \frac{51 - 5y}{2} = \frac{50 - 4y + 1 - y}{2} = 25 - 2y + \frac{1 - y}{2} \rightarrow \frac{1 - y}{2} = k$ (۲.۵) $y = 1 - 2k$ (۲.۵)</p> <p>$\rightarrow x = 5k + 23$ (۲.۵)</p>	۱
---	--	---

۸	<p>(الف) \mathbb{Q}_0 (۲.۷۵)</p> <p>(ب) بله زیرا $2R - 2R = 0$ (۲.۷۵) (هیچ یال دو طرفه ای بین در رأس وجود ندارد)</p> 	۱/۵
---	--	-----

ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان هماهنگ درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۷ / ۱۰ / ۱۳۸۶		دوره ی پیش دانشگاهی « ۱۵ نمره ای »
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		دانش آموزان مجتمع های تطبیقی دختران و پسران تهران در نیم سال اول سال ۸۷ - ۱۳۸۶

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۹	$\varphi(n) = n \left(1 - \frac{1}{p_1}\right) \left(1 - \frac{1}{p_2}\right) \left(1 - \frac{1}{p_3}\right) \quad (۲۵)$ $\varphi(105) = 105 \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{5}\right) \left(1 - \frac{1}{7}\right) = 48 \quad (۲۵)$ <p>با استفاده از تابع اریتره داریم: \Rightarrow</p> <p>۴۸ عدد درجه دارد که از ۱۰۵ کوچکترند و نسبت به آن اولند</p>	۰.۵
---	---	-----

۱۰	$x_1 + x_2 + x_3 = 7 \quad I$ $\left. \begin{aligned} x_1 \geq 1 &\Rightarrow t_1 = x_1 - 1 \rightarrow t_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 1 &\Rightarrow t_2 = x_2 - 1 \rightarrow t_2 \geq 0 \\ x_3 \geq 1 &\Rightarrow t_3 = x_3 - 1 \rightarrow t_3 \geq 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (t_1 + 1) + (t_2 + 1) + (t_3 + 1) = 7$ $t_1 + t_2 + t_3 = 4 ; t_i \geq 0 \quad II \quad (۲۵)$ <p>تعداد جوابهای صحیح نامنفی معادله II با معادله I برابر است.</p> $\text{تعداد جوابهای صحیح نامنفی معادله II} = \binom{n+k-1}{n} = \binom{4+3-1}{4} = \binom{6}{4} = \binom{6}{2} = \frac{6!}{2!4!} = 15 \quad (۲۵)$	۱
----	--	---

۱۱	<p>الف)</p> $S = \{ (پ, پ, پ), (پ, پ, د), (پ, د, پ), (پ, د, د), (د, پ, پ), (د, پ, د), (د, د, پ), (د, د, د) \}$ $\{ (پ, پ, پ), (پ, پ, د) \} \quad (۲۵)$ $A = \{ (پ, پ, پ), (پ, پ, د), (پ, د, پ), (پ, د, د) \} \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \quad (۲۵)$ $B = \{ (پ, پ, پ), (پ, پ, د), (پ, د, پ), (پ, د, د) \} \quad P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \quad (۲۵)$ $A \cap B = \{ (پ, پ, پ), (پ, پ, د) \} \rightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \quad (۲۵) \quad \text{ب)}$	۱.۵
----	---	-----

ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح سوالات امتحان هماهنگ درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۷ / ۱۰ / ۱۳۸۶	دوره ی پیش دانشگاهی « ۱۵ نمره ای »	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان مجتمع های تطبیقی دختران و پسران تهران در نیم سال اول سال ۸۷ - ۱۳۸۶	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

	$\frac{1}{4} = P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{24} \rightarrow$ <p style="text-align: center;">(۲.۵) (۲.۵)</p>	A و B مستقل نیستند
--	--	--------------------

۱۲	<p>A: پشامه خارج شدن کهره‌ی سفید</p> <p>B_1: قرص اول انتخاب شود.</p> <p>B_2: قرص دوم انتخاب شود.</p> <p>B_3: قرص سوم انتخاب شود.</p> <p>$P(B_1) = P(B_2) = P(B_3) = \frac{1}{3} \quad (۲.۵)$</p> <p>$P(A B_1) = \frac{5}{14} \quad (۲.۵) \quad P(A B_2) = \frac{3}{12} = \frac{1}{4} \quad (۲.۵) \quad P(A B_3) = 1 \quad (۲.۵)$</p> <p>$P(A) = P(B_1) \cdot P(A B_1) + P(B_2) \cdot P(A B_2) + P(B_3) \cdot P(A B_3) \quad (۲.۵)$</p> <p>$P(A) = \frac{1}{3} \times \frac{5}{14} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \times 1 = \frac{25}{48} \quad (۲.۵)$</p>	
----	---	--

۱	$P_1 + P_2 + P_3 = 1 \quad (۲.۵) \rightarrow 2a + 2a + \frac{1}{4} = 1 \quad (۲.۵) \rightarrow 5a = \frac{3}{4} \rightarrow a = \frac{3}{20} \quad (۲.۵)$	۱۳
---	---	----

۱۵	جمع نمره	
----	----------	--