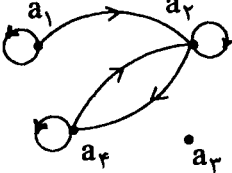
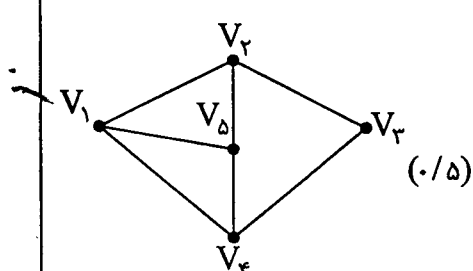
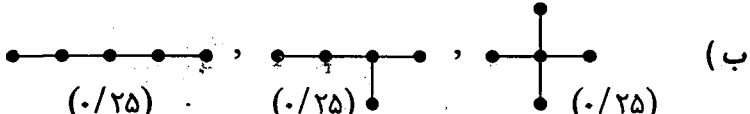


ردیف	سوالات	نمره
سوالات امتحان هماهنگ درس : ریاضیات گسسته رشته : علوم ریاضی ساعت شروع : ۱۴ : ۳۰ مدت امتحان ۱۳۰ دقیقه « دوره پیش دانشگاهی » (۱۵ نمره ای) تاریخ امتحان : ۱۳۸۲ / ۲ / ۲۸ دانش آموزان و داوطلبان آزاد در نیم سال دوم سال تحصیلی ۸۲ - ۱۳۸۱ اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		
۱	گراف $G(V, E)$ با $V = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ و $E = \{v_1v_2, v_1v_4, v_1v_5, v_2v_5, v_2v_3, v_3v_4, v_4v_5\}$ را در نظر بگیرید : الف) نمودار این گراف را رسم کنید. ب) ۴ مسیر از v_1 به v_3 بنویسید.	۱/۵
۲	ثابت کنید تعداد رأس های فرد هر گراف ، زوج است.	۰/۷۵
۳	الف) درخت را تعریف کنید. ب) تمام درخت های مرتبه ۵ را رسم کنید.	۱/۲۵
۴	الف) ثابت کنید مربع هر عدد فرد بصورت $8q + 1$ است. ب) نشان دهید حاصلضرب هر دو عدد بصورت $6k + 5$ عددی بصورت $6k + 1$ است.	۱/۵
۵	ثابت کنید اگر $b c$ آنگاه $(a, b) = (a + c, b)$.	۱
۶	ثابت کنید اگر $a bc$ و $(a, b) = 1$ آنگاه $a c$.	۱
۷	معادله سیاله $28x + 34y = 120$ را در Z حل کنید.	۱
۸	رابطه R روی مجموعه $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ تعریف شده است، اگر گراف جهت دار متناظر با R بصورت روبرو باشد :  الف) رابطه R را بصورت زوج مرتب بنویسید. ب) ماتریس متناظر با رابطه R را بنویسید. ج) با استفاده از ماتریس متناظر با R تحقیق کنید R متقارن است یا خیر.	۱
۹	مجموعه n عضوی A ، $n \in \mathbb{N}$ ، و رابطه R را روی آن با ماتریس متناظر M در نظر می گیریم نشان دهید اگر R پاد متقارن باشد آنگاه $M \wedge M^T \ll I_n$.	۱
۱۰	تعداد جوابهای صحیح $x_1 + x_2 + x_3 = 14$ با شرط $x_i > 2$ برای $i = 1, 2, 3$ را پیدا کنید.	۱
۱۱	سه ای همگن را سه بار می اندازیم اگر : A : پیشامد رخ دادن پشت در پرتاب سوم B : پیشامد رخ دادن دقیقاً دو پشت در سه پرتاب باشد. الف) $P(A)$ ، $P(B)$ را محاسبه کنید. ب) آیا A ، B مستقل هستند ؟ ج) اگر در پرتاب سوم پشت ظاهر شود احتمال اینکه پیشامد B اتفاق افتاده باشد چقدر است ؟	۱/۵
۱۲	دو ظرف همانند داریم اولی شامل ۱۰ مهره سفید و ۲ مهره سیاه و دومی شامل ۳ مهره سفید و ۴ مهره سیاه از ظرف اول مهره ای به تصادف خارج کرده و در ظرف دوم قرار می دهیم آنگاه از ظرف دوم مهره ای به تصادف خارج می کنیم احتمال اینکه این مهره سفید باشد چقدر است ؟	۱/۲۵
۱۳	دو تاس را با هم پرتاب می کنیم و متغیر تصادفی X را : « مجموع دو عدد ظاهر شده روی هر دو تاس » تعریف می کنیم. الف) فضای نمونه ای این آزمایش را بنویسید. ب) تابع احتمال X را بدست آورده و نمودار میله ای آن را رسم کنید. ج) احتمال $X \leq 7$ چقدر است ؟	۱/۲۵
	« موفق باشید »	
۱۵	جمع نمرات	

ساعت شروع : ۱۴:۳۰	رشته : علوم ریاضی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان هماهنگ درس : ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان : ۱۳۸۲ / ۲ / ۲۸	(۱۵ نمره ای)	« دوره پیش دانشگاهی »
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد در نیم سال دوم سال تحصیلی ۸۲ - ۱۳۸۱	

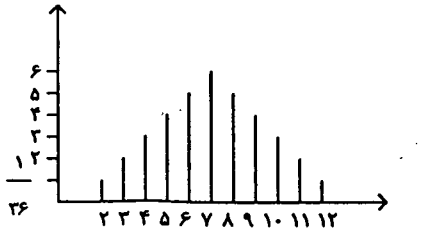
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۱/۵	 <p>(۰/۵)</p> <p>(ب) $V_1 V_2 V_3$ (۰/۲۵) و $V_1 V_5 V_2 V_3$ (۰/۲۵) و $V_1 V_5 V_4 V_3$ (۰/۲۵) و $V_1 V_4 V_3$ (۰/۲۵)</p>	۱ (الف)
۰/۷۵	<p>فرض کنیم A: مجموع درجات رئوس زوج B: مجموع درجات رئوس فرد (۰/۲۵)</p> <p>$\sum \deg v_i = 2q \rightarrow A + B = 2q \rightarrow B = 2q - A \xrightarrow{A \text{ زوج هست}} B = 2k$ مجموع چند عدد فرد در صورتی زوج است که تعداد آن زوج باشد.</p> <p>(۰/۲۵) تعداد رئوس فرد زوج است. \rightarrow</p>	۲
۱/۲۵	<p>الف) هر گراف همبند (۰/۲۵) و فاقد دور را درخت می گویند. (۰/۲۵)</p> <p>ب)  (۰/۲۵)</p>	۳
۱/۵	<p>الف) $(2k+1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 4k(k+1) + 1 = 4q + 1$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $(6k+5)(6k'+5) = 6(6kk' + 5k + 5k' + 25) = 6k'' + 1$ (۰/۲۵)</p>	۴
۱	<p>$(a, b) = d \rightarrow d a$ (۰/۲۵)</p> <p>$d b \xrightarrow{b c} d c$</p> <p>$\rightarrow d a+c \rightarrow d (a+c, b) \rightarrow d d'$ (۰/۲۵)</p> <p>$(a+c, b) = d' \rightarrow d' b \rightarrow d' c$ (۰/۲۵)</p> <p>$d' a \xrightarrow{d' b} d' (a, b) \rightarrow d' d$</p> <p>$\Rightarrow d = d'$ (۰/۲۵)</p>	۵
۱	<p>$(a, b) = 1 \rightarrow \exists m, n \in \mathbb{Z} : ma + nb = 1 \xrightarrow{(۰/۲۵)} mac + nbc = c$ (۰/۲۵)</p> <p>$a mac$</p> <p>$a bc \rightarrow a nbc$</p> <p>$\xrightarrow{(۰/۲۵)} a mac + nbc \xrightarrow{(۰/۲۵)} a c$</p>	۶
« ادامه در صفحه دوم »		

باسمه تعالی

ساعت شروع : ۱۴:۳۰	رشته : علوم ریاضی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان هماهنگ درس : ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۳۸۲ / ۲ / ۲۸	(۱۵ نمره ای)	« دوره پیش دانشگاهی »
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد در نیم سال دوم سال تحصیلی ۸۲ - ۱۳۸۱	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۱	<p>(۰/۲۵) معادله جواب دارد $\rightarrow (28, 34) = 2, 2 120$</p> <p>$19x + 17y = 60 \rightarrow y = \frac{60 - 19x}{17} = 3 - x + \frac{9 - 2x}{17} \quad x_0 = -4, y_0 = 8 \quad (0/25)$</p> <p> $\begin{cases} x = x_0 + \frac{b}{d}k \\ y = y_0 - \frac{a}{d}k \end{cases} \quad (0/25) \rightarrow \begin{cases} x = -4 + 17k \\ y = -8 - 19k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \quad (0/25)$ </p>	۷
۱	<p>الف) $R = \{ (a_1, a_1), (a_1, a_2), (a_2, a_2), (a_2, a_3), (a_3, a_3), (a_3, a_4) \} \quad (0/5)$</p> <p>ب) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (0/25)$</p> <p>چون $m_{12} = 1 \neq 0 = m_{21}$ پس $M \neq M^T$ و بنابراین متقارن نیست (۰/۲۵) ج)</p>	۸
۱	<p>فرض کنید $M = [m_{ij}]$, $M^T = [m_{ji}]$ (۰/۲۵) نشان می دهیم اگر $m_{ij} \cdot m_{ji} = 1$ آنگاه روی قطر اصلی $M \wedge M^T$ واقع است. (۰/۲۵)</p> <p>$m_{ij} \cdot m_{ji} = 1 \Rightarrow \begin{cases} m_{ij} = 1 \rightarrow (a_i, a_j) \in R \\ m_{ji} = 1 \rightarrow (a_j, a_i) \in R \end{cases} \quad (0/25) \xrightarrow{\text{پادمتقارن}} a_i = a_j \Rightarrow i = j \quad (0/25) \rightarrow$</p> <p>$m_{ij} \cdot m_{ji} = m_{ii} \cdot m_{ii}$</p>	۹
۱	<p>$x_i > 2 \rightarrow x_i - 2 \geq 0 \xrightarrow{(0/25)} x_i = y_i + 2 \quad i = 1, 2, 3$</p> <p>$y_1 + y_2 + y_3 = 5 \xrightarrow{(0/25)} \binom{n+k-1}{n} \xrightarrow{(0/25)} \binom{5+3-1}{5} = \binom{7}{5} = 21 \quad (0/25)$</p> <p>$y_i \geq 0$</p>	۱۰
« ادامه در صفحه سوم »		

ساعت شروع : ۱۴:۳۰	رشته : علوم ریاضی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان هماهنگ درس : ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۳۸۲ / ۲ / ۲۸	(۱۵ نمره ای)	« دوره پیش دانشگاهی »
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد در نیم سال دوم سال تحصیلی ۸۲ - ۱۳۸۱	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف																								
۱/۵	$S = \{(ر,ر,ر), (ر,ر,پ), (ر,پ,ر), (پ,ر,ر), (پ,پ,ر), (پ,ر,پ), (پ,ر,ر), (پ,پ,پ)\}$ $A = \{(ر,ر,پ), (ر,پ,پ), (پ,ر,پ), (پ,پ,پ)\}$ $B = \{(پ,ر,پ), (پ,پ,ر), (پ,پ,پ)\} \quad (۰/۲۵)$ <p>الف) $P(A) = \frac{۴}{۸} = \frac{۱}{۲}$ $P(B) = \frac{۳}{۸}$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $A \cap B = \{(پ,ر,پ), (پ,پ,پ)\} \rightarrow P(A \cap B) = \frac{۲}{۸} = \frac{۱}{۴}$ (۰/۲۵)</p> <p>$\frac{۱}{۴} \neq \frac{۱}{۲} \times \frac{۳}{۸} \rightarrow P(A \cap B) \neq P(A)P(B) \rightarrow A$ و B وابسته اند (۰/۲۵)</p> <p>ج) $P(B/A) = \frac{P(A/B)P(B)}{P(A)} = \frac{\frac{۲}{۳} \times \frac{۳}{۸}}{\frac{۱}{۲}} = \frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵)</p>	۱۱																								
۱/۲۵	<p>پیشامد A: مهره خارج شده از ظرف دوم سفید باشد.</p> <p>پیشامد B_1: مهره خارج شده از ظرف دوم مربوط به ظرف اول است.</p> <p>پیشامد B_2: مهره خارج شده از ظرف دوم مربوط به ظرف دوم است. (۰/۲۵)</p> $(۰/۲۵) \begin{cases} P(B_1) = \frac{۱}{۸} \\ P(B_2) = \frac{۷}{۸} \end{cases} \quad (۰/۲۵) \begin{cases} P(A B_1) = \frac{۱۰}{۱۲} = \frac{۵}{۶} \\ P(A B_2) = \frac{۳}{۷} \end{cases} \rightarrow P(A) = P(A B_1)P(B_1) + P(A B_2)P(B_2)$ $(۰/۲۵) = \frac{۵}{۶} \times \frac{۱}{۸} + \frac{۳}{۷} \times \frac{۷}{۸} \quad (۰/۲۵)$	۱۲																								
۱/۲۵	$S = \{(۱,۱), \dots, (۱,۶)\}$ \vdots \vdots $\{(۶,۱), \dots, (۶,۶)\}$ <p>$\xrightarrow{(۰/۲۵)}$</p> <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>x</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۴</td> <td>۵</td> <td>۶</td> <td>۷</td> <td>۸</td> <td>۹</td> <td>۱۰</td> <td>۱۱</td> <td>۱۲</td> </tr> <tr> <td>P(x)</td> <td>$\frac{۱}{۳۶}$</td> <td>$\frac{۲}{۳۶}$</td> <td>$\frac{۳}{۳۶}$</td> <td>$\frac{۴}{۳۶}$</td> <td>$\frac{۵}{۳۶}$</td> <td>$\frac{۶}{۳۶}$</td> <td>$\frac{۵}{۳۶}$</td> <td>$\frac{۴}{۳۶}$</td> <td>$\frac{۳}{۳۶}$</td> <td>$\frac{۲}{۳۶}$</td> <td>$\frac{۱}{۳۶}$</td> </tr> </table> <p>(۰/۵)</p> $P(x \leq 7) = \frac{۱}{۳۶} + \frac{۲}{۳۶} + \dots + \frac{۶}{۳۶} = \frac{۲۱}{۳۶} \quad (۰/۲۵)$  <p>(۰/۲۵)</p>	x	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	P(x)	$\frac{۱}{۳۶}$	$\frac{۲}{۳۶}$	$\frac{۳}{۳۶}$	$\frac{۴}{۳۶}$	$\frac{۵}{۳۶}$	$\frac{۶}{۳۶}$	$\frac{۵}{۳۶}$	$\frac{۴}{۳۶}$	$\frac{۳}{۳۶}$	$\frac{۲}{۳۶}$	$\frac{۱}{۳۶}$	۱۳
x	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲															
P(x)	$\frac{۱}{۳۶}$	$\frac{۲}{۳۶}$	$\frac{۳}{۳۶}$	$\frac{۴}{۳۶}$	$\frac{۵}{۳۶}$	$\frac{۶}{۳۶}$	$\frac{۵}{۳۶}$	$\frac{۴}{۳۶}$	$\frac{۳}{۳۶}$	$\frac{۲}{۳۶}$	$\frac{۱}{۳۶}$															
۱۵	جمع نمرات																									

همکاران محترم ضمن عرض خسته نباشید برای سایر راه حل های درست بارم مناسب منظور فرمایید.