

مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	رشته: علوم ریاضی	سوالات امتحان هماهنگ کشوری درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۲/۲۸		دوره پیش دانشگاهی « ۱۵ نمره ای »	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		دانش آموزان و داوطلبان آزاد در نیم سال دوم سال تحصیلی ۸۲ - ۱۳۸۱	

ردیف	سوالات	نمره
۱	نمودار زیر مربوط به گراف $G(V,E)$ است: الف) مجموعه رئوس و مجموعه یال های گراف را مشخص کنید. ب) دو دور به طول ۵ در این گراف بنویسید. ج) « دنباله درجه های رأس های » این گراف را به صورت یک دنباله نزولی بنویسید.	۲
۲	ثابت کنید در هر درخت با P رأس و q یال داریم: $P = q + 1$.	۰/۷۵
۳	الف) گراف کامل را تعریف کنید. ب) تعداد یال های گراف کامل مرتبه P از تعداد یال های درخت مرتبه P ، 10 واحد بیشتر است، P را پیدا کنید.	۰/۷۵
۴	الف) ثابت کنید حاصل ضرب سه عدد طبیعی متوالی بر 6 تقسیم پذیر است. ب) ثابت کنید حاصل ضرب دو عدد زوج متوالی بر عدد 8 تقسیم پذیر است.	۱/۲۵
۵	ثابت کنید بی نهایت عدد اول وجود دارند.	۱
۶	نشان دهید اگر $(a, b) = 1$ آنگاه $(a, a - b) = 1$.	۰/۷۵
۷	پستخانه ای فقط تمبرهای 60 ریالی و 90 ریالی برای فروش دارد. شخصی برای فرستادن یک بسته که نیاز به 870 ریال تمبر دارد از هر نوع تمبر چه تعداد باید بخرد. (تمام حالات ممکن برای خرید تمبر نوشته شود.)	۱/۵
۸	فرض کنید $A = \{1, 2, 3, 4\}$ برای هر یک از حالات زیر گرافی رسم کنید که رابطه متناظر با آن: الف) بازتابی و ترایابی باشد ولی متقارن نباشد. ب) بازتابی باشد ولی متقارن و پادمتقارن و ترایابی نباشد.	۱
۹	فرض کنید A یک مجموعه n عضوی، $n \in \mathbb{N}$ و R یک رابطه روی آن با ماتریس متناظر M باشد نشان دهید اگر R ترایابی باشد آنگاه $M^{(2)} \ll M$.	۱
۱۰	چند عضو از مجموعه $A = \{n \in \mathbb{N} : 1 \leq n \leq 4200\}$ نه بر 7 بخش پذیر است و نه بر 5 .	۱
۱۱	یک فضای نمونه ای متشکل از 4 برآمد a, b, c, d است، به شرط آنکه $P(\{b\}) = \frac{1}{4}$ و $P(\{b, c, d\}) = \frac{2}{3}$ مطلوب است: الف) $P(\{a, c, d\} \{b, c, d\})$ ب) $P(\{a\} \{a, c, d\})$	۱/۲۵
۱۲	دو ظرف همانند داریم. اولی شامل 3 مهره سفید و 4 مهره قرمز و دومی شامل 5 مهره سفید و 3 مهره قرمز است. از ظرف اول 3 مهره و از ظرف دوم 2 مهره به تصادف خارج کرده و در ظرف جدیدی قرار می دهیم. اگر از ظرف جدید مهره ای به تصادف خارج کنیم: الف) احتمال اینکه مهره سفید باشد چقدر است؟ ب) اگر مهره خارج شده از ظرف جدید سفید باشد احتمال اینکه از ظرف دوم باشد چقدر است؟	۱/۷۵
۱۳	در ظرفی 1 مهره سفید و 1 مهره سیاه است. اگر از این ظرف 3 مهره با جایگذاری خارج کنیم و متغیر تصادفی X را: «تعداد مهره های سفید خارج شده» تعریف کنیم: الف) متغیر تصادفی X چه مقادیری می تواند اختیار کند. ب) تابع احتمال متغیر تصادفی X را به دست آورید.	۱
۱۵	جمع نمره	۱۵



ساعت شروع : ۱۰:۳۰ صبح	رشته : علوم ریاضی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان هماهنگ کشوری درس : ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان : ۱۳۸۲/ ۲ / ۲۸	دوره پیش دانشگاهی « ۱۵ نمره ای »	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد در نیم سال دوم سال تحصیلی ۸۲ - ۱۳۸۱	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	<p>الف) $V = \{V_1, V_2, V_3, V_4, V_5, V_6\}$ $E = \{V_1 V_2, V_1 V_6, V_2 V_3, V_2 V_6, V_3 V_4, V_3 V_5, V_4 V_5, V_4 V_6, V_5 V_6\}$</p> <p>ب) $V_1 V_2 V_3 V_4 V_5 V_6 V_1$ (۰/۲۵) و $V_2 V_3 V_4 V_5 V_6 V_2$ (۰/۲۵) ج) ۴, ۳, ۳, ۲, ۲, ۲ (۰/۵)</p>	۲
۲	<p>اثبات به کمک استقرا روی مرتبه گراف انجام می شود برای $P=1$ داریم $q=0$ چون $1=0+1$ پس $P=q+1$ (۰/۲۵) فرض کنید قضیه در مورد هر درخت با $k (k \geq 1)$ رأس درست باشد ثابت می کنیم در درخت از مرتبه $k+1$ تعداد یال ها k است (۰/۲۵) یک از رأس های درجه ۱ و یال مار بر آن را حذف می کنیم گرافی از مرتبه k به دست می آید چنین گرافی طبق فرض استقراء $k-1$ یال دارد (۰/۲۵) پس درخت مرتبه $k+1$ دارای k یال است.</p>	۰/۷۵
۳	<p>الف) گراف از مرتبه P که $(P-1)$ منتظم باشد را گراف کامل می گویند. (۰/۲۵)</p> <p>$(k_p) - q(T_p) = 1 \rightarrow \frac{P(P-1)}{2} - (P-1) = 1 \rightarrow P^2 - 3P - 18 = 0 \rightarrow P = 6$ (۰/۲۵)</p>	۰/۷۵
۴	<p>الف) از سه عدد طبیعی متوالی یکی مضرب ۳ است و هم چنین یکی مضرب ۲ هست (۰/۲۵) پس حاصل ضرب آنها مضرب ۲ و ۳ است (۰/۲۵) چون $(2,3) = 1$ پس مضرب $2 \times 3 = 6$ می باشد. (۰/۲۵)</p> <p>ب) $2K(2K+2) = 4K(K+1) = 8q$ (۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
۵	<p>فرض کنیم تعداد آنها محدود باشد و مجموعه آن $\{P_1, P_2, \dots, P_n\}$ باشد (۰/۲۵) قرار می دهیم $m = P_1 P_2 \dots P_n + 1$ (۰/۲۵) چون m مرکب است پس مقسوم علیه اولی مثل P_j دارد:</p> <p>$\left. \begin{matrix} P_j m \\ P_j P_1 \dots P_n \end{matrix} \right\} \rightarrow P_j m - P_1 P_2 \dots P_n \rightarrow P_j 1$ (۰/۲۵) غیر ممکن (۰/۲۵)</p>	۱
۶	<p>$(a, b) = 1 \rightarrow \exists m, n \in \mathbb{Z} : ma + nb = 1$ (۰/۲۵) $\rightarrow ma + nb - na + na = 1$</p> <p>(۰/۲۵) $\rightarrow (m+n)a + (-n)(a-b) = 1$ (۰/۲۵) $\rightarrow (a, a-b) = 1$</p>	۰/۷۵
« ادامه در صفحه دوم »		

ساعت شروع : ۱۰:۳۰ صبح	رشته : علوم ریاضی	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان هماهنگ کشوری درس : ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان : ۱۳۸۲/۲/۲۸	« ۱۵ نمره ای »	دوره پیش دانشگاهی
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد در نیم سال دوم سال تحصیلی ۸۲ - ۱۳۸۱	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف																		
۱/۵	$6x + 9y = 870 \quad (./25)$ $(60, 90) = 30, 30 870 \rightarrow$ معادله سیاله جواب دارد $(./25)$ $2x + 3y = 29 \rightarrow x = \frac{29 - 3y}{2} = 14 - y + \frac{1-y}{2} \quad (./25)$ $y = 1 \rightarrow x = 13 \rightarrow \begin{cases} x = x_0 + \frac{b}{d}k \\ y = y_0 - \frac{a}{d}k \end{cases} \quad (./25)$ $\begin{cases} x = 13 + 3k \\ y = 1 - 2k \end{cases} \quad (./25)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>k</td> <td>۰</td> <td>-۱</td> <td>-۲</td> <td>-۳</td> <td>-۴</td> </tr> <tr> <td>x</td> <td>۱۳</td> <td>۱۰</td> <td>۷</td> <td>۴</td> <td>۱</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>۱</td> <td>۳</td> <td>۵</td> <td>۷</td> <td>۹</td> </tr> </table>	k	۰	-۱	-۲	-۳	-۴	x	۱۳	۱۰	۷	۴	۱	y	۱	۳	۵	۷	۹	۷
k	۰	-۱	-۲	-۳	-۴															
x	۱۳	۱۰	۷	۴	۱															
y	۱	۳	۵	۷	۹															
۱	<p>(الف)</p>	۸																		
۱	$M = [m_{ij}] \quad M^{(r)} = [m'_{ij}] \quad m'_{ij} = m_{i1} \otimes m_{1j} + \dots + m_{in} \otimes m_{nj}$ $(./25) \quad m_{ij} = 1 \text{ نگاه } m'_{ij} = 1 \quad \text{نشان می دهیم اگر}$ $m'_{ij} = 1 \rightarrow \exists k = m_{ik} \otimes m_{kj} = 1 \rightarrow \begin{cases} m_{ik} = 1 \rightarrow (a_i, a_k) \in R \\ m_{kj} = 1 \rightarrow (a_k, a_j) \in R \end{cases} \xrightarrow{\text{تراییبی } R} (./25)$ $(a_i, a_j) \in R \rightarrow m_{ij} = 1 \quad (./25)$	۹																		
۱	$A_1 = \{a \in A : 7 a\} \rightarrow A_1 = \frac{4200}{7} = 600 \quad (./25) \quad A = 4200$ $A_7 = \{a \in A : 5 a\} \rightarrow A_7 = \frac{4200}{5} = 840$ $A_1 \cap A_7 = \{a \in A : 35 a\} \rightarrow A_1 \cap A_7 = \frac{4200}{35} = 120 \quad (./25)$ $ A_1 \cup A_7 = A_1 + A_7 - A_1 \cap A_7 = 600 + 840 - 120 = 1320 \rightarrow$ $\overline{ A_1 \cup A_7 } = A - A_1 \cup A_7 = 4200 - 1320 \quad (./25)$	۱۰																		
« ادامه در صفحه سوم »																				

ساعت شروع : ۱۰:۳۰ صبح	رشته : علوم ریاضی	راهنمای تصحیح سوالات امتحان هماهنگ کشوری درس : ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان : ۱۳۸۲ / ۲ / ۲۸	دوره پیش دانشگاهی « ۱۵ نمره ای »	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی	دانش آموزان و داوطلبان آزاد در نیم سال دوم سال تحصیلی ۸۲ - ۱۳۸۱	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف										
۱/۲۵	<p>الف) $P(\{a, c, d\} \{b, c, d\}) = \frac{P(\{a, c, d\} \cap \{b, c, d\})}{P(\{b, c, d\})} = \frac{P(\{c, d\})}{P(\{b, c, d\})} = \frac{\frac{2}{3} - \frac{1}{4}}{\frac{2}{3}} \quad (./۲۵)$</p> <p>ب) $P(\{a\} \{a, c, d\}) = \frac{P(\{a\})}{P(\{a, c, d\})} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{3}{4}} = \frac{4}{9} \quad (./۲۵)$</p>	۱۱										
۱/۷۵	<p>A: مهره خارج شده از ظرف جدید سفید باشد. B_1: مهره خارج شده از ظرف جدید مربوط به ظرف اول باشد. (الف)</p> <p>B_2: مهره خارج شده از ظرف جدید مربوط به ظرف دوم باشد. (ب)</p> $(./۲۵) \left\{ \begin{array}{l} P(B_1) = \frac{3}{5} \quad P(A B_1) = \frac{3}{7} \\ P(B_2) = \frac{2}{5} \quad P(A B_2) = \frac{5}{8} \end{array} \right. \quad (./۲۵)$ $P(A) = P(A B_1)P(B_1) + P(A B_2)P(B_2) = \frac{3}{7} \times \frac{3}{5} + \frac{5}{8} \times \frac{2}{5} = \frac{9}{25} + \frac{1}{4} = \frac{26+25}{100} = \frac{51}{100} \quad (./۲۵)$ <p>ب) $P(B_2 A) = P(A B_2) \frac{P(B_2)}{P(A)} = \frac{5}{8} \times \frac{\frac{2}{5}}{\frac{51}{100}} \quad (./۲۵)$</p>	۱۲										
۱	<p>(الف) $X = 0, 1, 2, 3$</p> <table border="1"> <tr> <td>X</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> </tr> <tr> <td>P(X)</td> <td>$\frac{1}{8}$</td> <td>$\frac{3}{8}$</td> <td>$\frac{3}{8}$</td> <td>$\frac{1}{8}$</td> </tr> </table> <p>(ب) $S = \{(W, W, W), (W, W, B), (W, B, W), (B, W, W), (W, B, B), (B, W, B), (B, B, W), (B, B, B)\}$</p> <p>(./۲۵)</p>	X	0	1	2	3	P(X)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	۱۳
X	0	1	2	3								
P(X)	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$								
۱۵	جمع نمره	« موفق باشید »										

با عرض خسته نباشید نظر همکاران محترم در تصحیح مطالب است.