

۱- اولاً: ثابت کنید که تعداد رئوس فرد یک گراف ساده زوج است.

ثانیاً: گرافی بسازید که ۵ رأس از درجه ۳ داشته باشد.

بارم

۱

۲/۵

۲- هرگاه A ماتریس مجاورت یک گراف ساده $G = (V, E)$ باشد و

$$A^T = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 4 & 2 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

آنگاه:

الف) دنباله درجه‌ای گراف G را بصورت ناصعودی بنویسید.

ب) چه یالهایی به G اضافه شود تا گراف کامل شود؟

ج) چه یالهایی از G حذف شود تا گراف به یک درخت تبدیل شود؟

د) آیا G یک گراف بازه‌ای است. چرا؟

و) آیا G یک گراف همبستگی است. چرا؟

ی) تعداد دورهای بطول ۳ را در G مشخص کنید؟

۳- هرگاه $a|b$, $b|a$ ثابت کنید $a = \pm b$.

۴- کوچکترین عضو مثبت $\{4 \cdot 3r + 341s : r, s \in Z\}$ را بدست آورید؟

۵- هرگاه $d = (m, c)$, $ac \equiv bc \pmod{d}$ آنگاه ثابت کنید $a \equiv b \pmod{d}$ ؟

۶- معادله سیاه $14x + 35y = 77$ را در Z حل کنید؟

۱/۵

۷- رابطه R روی مجموعه $A = \{2, 5, 7, 10\}$ بصورت $R = \{(x, y) \mid x \equiv y \pmod{2}\}$ تعریف شده است.

الف) رابطه R را بنویسید. ب) با استفاده از ماتریس $M(R)$ بررسی کنید که آیا R یک رابطه هم‌ارزی تشکیل می‌دهد یا خیر؟

۰/۷۵

۸- ماتریس $E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ مفروض است، چند ماتریس صفر و یک F وجود دارد بطوریکه:

(ج) $E \neq F$

(ب) $F \ll E$

(الف) $E \ll F$

۱

۹- چند عدد طبیعی نابیشتر از ۲۰۰۰ وجود دارد که حداقل بریکی از اعداد ۲ و ۳ و ۵ بخشپذیر می باشد؟

۰/۷۵

۱۰- در یک گل فروشی سه نوع گل مختلف به نامهای کتوکب، داوودی، لاله که از هر نوع به شاخه های فراوان موجود است. به چند طریق می توان ۴ شاخه گل از سه نوع گل موجود انتخاب کرد به قسمی که از هر نوع گل حداکثر ۲ شاخه انتخاب شود؟

۰/۵

۱۱- چند عدد طبیعی کوچکتر از ۳۸۵ وجود دارد که نسبت به ۳۸۵ اول هستند؟ $(\varphi(385) = ?)$

۱

۱۲- جعبه ای محتوی ۲۵ مهره است که ده تای آن قرمز می باشد سه مهره به تصادف و یکی یکی و بدون جایگذاری انتخاب می کنیم احتمال اینکه هر سه مهره قرمز باشد چقدر است؟

۱/۵

۱۳- سه ظرف همانند داریم که ظرف اول شامل ۵ سکه طلا و ۲ سکه نقره و ۳ سکه برنز و ظرف دوم شامل ۳ سکه طلا و ۳ سکه نقره و ۴ سکه برنز و ظرف سوم شامل سکه های نقره می باشد به تصادف یکی از ظرفها انتخاب کرده و سکه ای از آن خارج می کنیم.

(الف) احتمال اینکه آن سکه طلا باشد چقدر است؟

(ب) اگر بدانیم سکه انتخاب شده طلا باشد چقدر احتمال دارد که از ظرف دوم بوده باشد؟

۱/۵

۱۴- یک سکه که یک طرف آن عدد ۱ و طرف دیگر آن عدد ۲ نوشته شده است را همراه یک تاس پرتاب می کنیم. هرگاه متغیر تصادفی X را مجموع عددهای رو شده تعریف کنیم آنگاه جدول توزیع احتمال X را مشخص کرده و نمودار آن را رسم کنید؟

موفق باشید

* گروه ریاضی *