

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰	رشته: علوم ریاضی	سوالات امتحان هماهنگ درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۱۰/۲۰		دوره پیش دانشگاهی	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		دانش آموزان و داوطلبان آزاد در نیم سال اول سال تحصیلی ۸۳ - ۱۳۸۲	

ردیف	سوالات	نمره
۱	اگر برای هر عدد حقیقی $\varepsilon > 0$ داشته باشیم $0 \leq x < \varepsilon$ ، آنگاه ثابت کنید $x = 0$.	۰/۷۵
۲	اشتراک دو بازه $(-2, 4)$ و $(-1, 5)$ را به صورت یک همسایگی متقارن بنویسید و مرکز و شعاع همسایگی را تعیین کنید.	۰/۷۵
۳	ثابت کنید دنباله $\left\{ \frac{(-1)^n}{n^2} \right\}$ غیر یکنوا، کراندار و همگراست (اثبات همگرایی با استفاده از تعریف حد).	۰/۲
۴	همگرایی سریهای زیر را بررسی کنید و در صورت همگرایی، مجموع سری را حساب کنید. الف) $\sum_{k=1}^{\infty} \cos \frac{\pi}{k}$ ب) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{4k^2 - 1}$ پ) $\sum_{k=1}^{\infty} 2^{(1-2k)}$	۰/۲
۵	وجود حد توابع زیر را در نقطه ی داده شده بررسی کنید و در صورت وجود حد آن را محاسبه کنید. در صورت عدم وجود حد، دلیل آن را بنویسید. الف) $f(x) = [x]([x] - 1)$ در نقطه ی $a = 1$. ([] نماد جزء صحیح است.) ب) $g(x) = \cos\left(\frac{1}{x-2}\right)$ در نقطه ی $a = 2$.	۰/۲
۶	حدهای زیر را محاسبه کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} \sin \frac{1}{x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{[x] - 1}{x^2 - 1}$ ([] نماد جزء صحیح است.)	۰/۱
۷	مقادیر a, b را چنان تعیین کنید که تابع زیر در $x = \frac{\pi}{4}$ پیوسته باشد. ([] نماد جزء صحیح است.) $f(x) = \begin{cases} [Cot x] + a & , x > \frac{\pi}{4} \\ \sqrt{2} \cos x & , x < \frac{\pi}{4} \\ [2x] + b & , x = \frac{\pi}{4} \end{cases}$	۰/۱/۵
۸	ثابت کنید تابع $f(x) = 5x - 2 \cos x - 1$ در بازه ی $[0, 1]$ ، حداقل در یک نقطه محور x ها را قطع می کند.	۰/۷۵
۹	معادلات مجانب های تابع $f(x) = x \sqrt{\frac{4x-1}{x+2}}$ را تعیین کنید.	۰/۲۵
۱۰	تابع f با ضابطه $f(x) = x x^2 - 1 $ مفروض است. تابع مشتق (f') و Df' را تعیین کنید.	۰/۲۵
۱۱	اگر $g(x) = x x $ و $f'(x) = \sqrt{4 - x^2}$ و $F = f \circ g$ آنگاه $F'(0)$ را محاسبه کنید.	۰/۱
۱۲	قضیه: اگر تابع g در a مشتق پذیر و در یک همسایگی a مخالف صفر باشد، آنگاه تابع $\frac{1}{g}$ در a مشتق پذیر است و $\left(\frac{1}{g}\right)'(a) = \frac{-g'(a)}{g^2(a)}$ « موفق باشید »	۰/۷۵
۱۵	جمع نمرات	۰/۱۵