

نام و نام خانوادگی :
 نام پدر :
 شماره شناسی :
 وقت لازم : ۱۲۰ دقیقه

بسمه تعالی
 « دل آرام گیود به یاد خدا »
 مدیریت آموزش و پرورش ناحیه یک اراک
 دبیرستان و مرکز پیش دانشگاهی شاهد (۲)

نام درس : حساب ریاضی و اشتغال
 نام دبیر :
 تاریخ امتحان : ۱۷، ۱۵، ۸۴
 نمره :

- ۱- ثابت کنید اگر برای اعداد صحیح a, b, c رابطه $a \leq b \leq a + \frac{c}{n}$ برقرار باشد آنگاه $b = a$.
- ۲- اگر $A = \{n \mid n \in \mathbb{N} : |n-2| \leq 5\}$ کوچکترین n را که برای هر n در A رابطه \min برقرار است و \max را در آن حد بنویسید.

۳- با استفاده از تعریف حد دنباله ثابت کنید $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = 0$.

۴- مقدار حد زیر را در صورتی که هر دو سری همگرا باشد بیابید.

(الف) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{4k^2 - 14k + 15}$ (ب) $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{2^{k-1} x^k}{k-2}$ (ج) $\sum_{k=1}^{\infty} \log\left(\frac{k\pi}{1+4k}\right)$

۵- ثابت کنید دنباله $\left\{ \frac{2^n - 1}{2^{n-1} + 3} \right\}$ کراندار و همگرا است.

۶- با استفاده از دنباله ثابت کنید تابع $f(x) = \sin\left(\frac{1}{2x-1}\right)$ در نقطه $x = \frac{1}{2}$ حد ندارد.

۷- حد زیر را محاسبه کنید.

۸- (الف) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{12x^3 + 2x^2} - 2x)$ (ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x - \sqrt{x^2 + x}}$ (ج) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{[x]\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x-2}$

۹- مسائل منطقی را با تابع $f(x) = \frac{x^2 + 4x}{x^2 - |x|}$ بیان کنید.

۱۰- فرض کنید $y = \frac{2x-3}{x + \sin(x-1) - 2}$ در بازه $[1, 2]$ حاصل یک نقطه نامرئی است.

۱۱- مقدار a و b را چنانچه تابع $f(x) = \begin{cases} [x^2] + x + a, & x > 2 \\ 4, & x = 2 \\ b|x| + [x], & x < 2 \end{cases}$ در $x_0 = 2$ پیوسته باشد بیابید.

۱۲- حرکت $g(x) = \cos(\pi\sqrt{x})$ و $f(x) = \frac{3}{x}$ را در $x = 1$ ترکیب کنید.

۱۳- معادله $x^2 - 2x + 2 = 0$ را در $A(0, 1)$ بنویسید. $f(x) = x^2 - 2x + 2$ رسم و نمودار آن را بنویسید.

۱۴- (توضیح) اگر تابع f و g در a مشتق پذیر و تابع g در a معکوس باشد آنگاه $f(g^{-1}(a))$ مشتق پذیر است و داریم:

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(a) = \frac{f'(a)g(a) - f(a)g'(a)}{g^2(a)}$$