

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰	رشته: علوم ریاضی	سوالات امتحان هماهنگ درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال (۱)
تاریخ امتحان: ۱۳۸۲/۱۲/۱۰		دوره پیش دانشگاهی	
اداره کل سنجش و ارزشیابی تحصیلی		دانش آموزان و داوطلبان آزاد در جبرانی اول سال تحصیلی ۸۳ - ۱۳۸۲	

ردیف	سوالات	نمره
۱	ثابت کنید که $A \subset R$ کراندار است اگر و تنها اگر عدد حقیقی مثبت $K$ موجود باشد که به ازای هر $x \in A$ داشته باشیم $ x  \leq K$ .	۱
۲	اگر مجموعه $\{x: 2 < 3x < 4\}$ یک همسایگی متقارن باشد، مرکز و شعاع همسایگی را بیابید.	۱
۳	با استفاده از تعریف حد ثابت کنید دنباله $\left\{ \frac{1+(-1)^n}{n^2} \right\}$ همگرا به صفر است.	۱/۵
۴	کرانداری و یکنوایی دنباله $\left\{ \frac{n^2+1}{n^2} \right\}$ را تحقیق کنید. عدد همگرایی این دنباله را بیابید.	۲
۵	همگرایی یا واگرایی سریهای زیر را بررسی کنید و در صورت همگرایی مقدار سری را بیابید.	۲
	الف) $\sum_{k=1}^{\infty} \tan \frac{k\pi}{1+4k}$ ب) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1+3^{k+1}}{6^k}$ ج) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{3}{k^2+k}$	
۶	با ذکر دلیل وجود یا عدم وجود حد را در توابع زیر بررسی کنید. الف) $f(x) = \sin \frac{\pi[x]}{2}$ در $a = \frac{3}{2}$ ب) $g(x) = \cos \frac{1}{x}$ در $a = 0$	۲
۷	مطلوبست محاسبه حدهای زیر:	۲
	الف) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2} 3 x-2  \cos \frac{\pi}{x-2}$	
۸	مجموعه نقاط ناپیوستگی تابع $f(x) = \begin{cases} x^3 - x & , x \neq \pm 1 \\ x^2 - 1 & , x = \pm 1 \\ -1 & , x = \pm 1 \end{cases}$ را به دست آورید.	۱/۵
۹	اگر معادله $x^2 - (m-1)x - m = 0$ یک ریشه در فاصله $(0,1)$ داشته باشد، حدود $m$ را بیابید.	۱/۵
۱۰	معادلات مجانبهای تابع $f(x) = \frac{x^2+x-2}{x^2-x-6}$ را بیابید.	۱/۵
۱۱	در مورد مشتق پذیری تابع $f(x) = x[x]$ در نقطه $a = 0$ بحث کنید.	۱/۵
۱۲	اگر $g(x) = 2x^3 - 3x$ و $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ و $F = fog$ باشد، $F'(1)$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۳	با استفاده از تعریف، مشتق تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را در نقطه‌ای به طول ۲ تعیین کنید و سپس معادله خط مماس بر نمودار تابع $f$ را در همان نقطه بنویسید.	۱
	جمع نمرات	۲۰