راه‌حل‌های ارایه شده برای مسایل چالش برانگیز شماره‌ی ۸۶

پس از چاپ مسایل چالش برانگیز در شماره‌ی ۸۶ مجله‌ی رشد آموزش ریاضی، تعداد زیادی از خوانندگان مجله، پاسخ‌هایی را برای این مسایل به دفتر مجله ارسال کردند.

در میان پاسخ‌های ارایه شده برای مسأله‌ی (۱)، راه‌حل آقای یوسف احمدی از بابل، بهترین راه‌حل بود. آقایان علی‌اکبر جاویدمهر، از ساوه؛ بهروز عرب‌فیروزجائی، از خورش رستم خلخال؛ رضا محمدزاده‌ی خانی، از بجنورد؛ و یعقوب نعمتی، از هشتجین نیز درست است. به غیر از آقای محمدزاده‌ی خانی، دیگر دوستان از دستور هورنر (البته بدون اثبات) استفاده کرده بودند.

در پاسخ‌های ارایه شده برای مسأله‌ی (۲) نیز راه‌حل آقای یوسف احمدی، بهترین راه‌حل تشخیص داده شد. راه‌حل آقای بهروز عرب‌فیروزجائی نیز بسیار شبیه به راه‌حل ایشان است. خانم مریم فرزانفرد، از استان تهران؛ و آقای رضا محمدزاده‌ی خانی، از بجنورد نیز راه‌حل‌های درستی ارایه داده بودند.

برای مسأله‌ی (۳) هنوز هیچ پاسخی ارسال نشده است و مسأله‌ی (۴) را تنها خانم لیلا بهاءالدینی، از سیرجان، حل کرده‌اند که پاسخ ایشان، ناقص به نظر می‌رسد.

ضمن تشکر از همه‌ی خوانندگانی که برای ما این پاسخ‌ها را ارسال کرده‌اند، پاسخ مسایل (۱) و (۲) را به قلم آقای یوسف احمدی در زیر می‌خوانیم:

حل مسأله ۱: فرض کنیم عدد گویای $r=\frac{a}{b}$ که در آن $b\in Z$ و a و $(a,b)=1$ و $b\neq 0$، صفر چندجمله‌ای $p(x)$ باشد یعنی $p(r)=0$ در نتیجه

$$c_n\frac{a^n}{b^n}+c_{n-1}\frac{a^{n-1}}{b^{n-1}}+\cdots+c_1\frac{a}{b}+c_0=0$$

$$\xrightarrow{b^n}\underbrace{c_na^n+c_{n-1}a^{n-1}b+\cdots+c_{n-k+1}a^{n-k+1}b^{k-1}}_{A_k}$$

$$+\underbrace{c_{n-k}a^{n-k}b^k+\cdots+c_1ab^{n-1}+c_0b^n}_{B_k}=0$$

$$\begin{array}{l}b^k|B_k\\ b^k|0=A_k+B_k\end{array}\Rightarrow b^k|A_k=a^{n-k}(c_na^k+c_{n-1}a^{k-1}b+\cdots+c_{n-k+1}ab^{k-1})$$

(اگر $(a,b)=1$ آن‌گاه $(a^n,b^m)=1$ و اگر $a|b\times c$ و $(a,b)=1$ آن‌گاه $a|c$)

$$\Rightarrow b^k|c_na^k+c_{n-1}a^{k-1}b+\cdots+c_{n-k+1}ab^{k-1}$$

$$\Rightarrow \frac{c_na^k+c_{n-1}a^{k-1}b+\cdots+c_{n-k+1}ab^{k-1}}{b^k}\in Z$$

پس از تفکیک

$$\Rightarrow \underbrace{c_nr^k+c_{n-1}r^{k-1}+\cdots+c_{n-k+1}r}\in Z$$

که این همان kامین عدد داده شده در حکم است.

$(1\leq k\leq n)$

چند مسأله‌ی چالش برانگیز