قسمت سوم

اصول و استانداردهای ریاضیات مدرسه‌ای NCTM ۲۰۰۰

یونس کریمی فردین پور
کارشناس ارشد آموزش ریاضی و
مدرس دانشگاه آزاد واحد بستان‌آباد
زهرا گویا، دانشگاه شهید بهشتی

اشاره

قرار بودقسمت سوم این مقاله، در شماره‌ی گذشته‌ی مجله، به چاپ برسد. از آن‌جا که شماره‌ی ۸۶ مجله‌ی رشد آموزش ریاضی، به ویژه‌نامه‌ی «حل مسأله» اختصاص داشت، چاپ قسمت سوم این مقاله را به این شماره موکول کرده‌ایم. در پایان مقاله، منابع هر سه قسمت مقاله را مشاهده خواهید کرد.

در قسمت‌های قبلی این مطلب، به بررسی کلی سند اصول و استانداردهای ریاضیات مدرسه‌ای (NCTM-2000) پرداختیم و استاندارد گفتمان (Communication) از این سند، به تفصیل مورد بررسی قرار گرفت. در این بخش، با بررسی نقش معلم در گفتمان و تأثیر فرهنگ‌های متفاوت بر گفتمان ریاضی در کلاس و ارایه‌ی راهکارهای عملی در این خصوص، بحث را ادامه می‌دهیم. مطالب این بخش نیز از همان سند ترجمه و تلخیص شده‌اند.

گفتمان به چه می‌ماند

در دبیرستان، به تدریج باید رشد واقعی در توانایی دانش‌آموزان برای ساختن زنجیرهای منطقی از تفکر پدیدار شود. بیان شفاف و منسجم و همین‌طور گوش کردن به پنداشت‌های دیگران و از همه مهم‌تر قابلیت فکر کردن درباره‌ی کسانی که قرار است حرف‌های آن‌ها را بشنوند یا بخوانند، در آن‌ها تقویت شود.

دانش‌آموزانی که با هم در ارتباط هستند و برای مطرح کردن نظرات خودشان، به چگونگی بازنمایی نمادها و نمودارها می‌اندیشند، مفاهیم را بهتر درک کرده و به‌طور روز افزونی توانمندتر می‌شوند. در نتیجه، می‌توان به کمک توانمندی‌ای که دانش‌آموزان دبیرستانی در مهارت‌های گفتمان ریاضی به نمایش می‌گذارند، از دانش‌آموزان ابتدایی و راهنمایی باز شناخته شوند.

دانش‌آموزان دبیرستانی، می‌توانند منتقدین و خود ـ نقدان خوبی باشند. آن‌ها چه از صفحات گسترده استفاده کنند، چه از اشکال هندسی، و چه از زبان بومی یا نمادهای جبری، باید زبان ریاضی و نمادها را به طور صحیح و مناسب به کار گیرند. باید به آن‌ها کمک شود تا به مشارکت کنندگان خوبی که به طور مؤثری با دیگران همکاری می‌کنند، تبدیل شوند و اثبات و

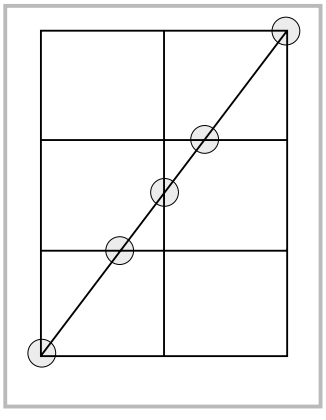
استدلال ریاضی را به عنوان یک بخش مهم از دامنه‌ی تجربیات ریاضی و همین طور به عنوان یک راه کار پذیرفته شده در گفتمان[1] ریاضی، بپذیرند.

مثال زیر، از یک تجربه‌ی واقعی است که نقش گفتمان ریاضی را در توسعه، درک و فهم دانش‌آموزان توصیف می‌کند. مارتا و نانسی، در مسابقه‌ی ریاضی که انجمن ریاضی دو هفته یک بار در مدرسه‌ها برگزار می‌کند، شرکت کردند و با مسأله‌ی زیر روبه‌رو شدند:

از گوشه‌ی تکه زمینی که با کاشی‌های مربعی پوشیده شده است، نخی به گوشه‌ی دیگرش کشیده شده است. اگر تکه زمین مورد نظر ۲۸ کاشی در طول و ۳۵ کاشی در عرض داشته باشد، نخ از روی چند کاشی گذشته است؟

آن‌ها نتوانستند مسأله را حل کنند، اما به سر گروه ریاضی مدرسه‌ی خود گفتند که یکی از دانش‌آموزان شرکت کننده درمسابقه، ادعا کرده بود که پاسخ را با استفاده از بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عدد ۲۸ و ۳۵ که از مجموع آن‌ها کم کرده، به دست آورده بود. خانم معلم، با این فرمول به اصطلاح آمده از آسمان، قانع نشد و آن‌ها را تشویق کرد که ببینند آیا این فرمول، همیشه کار می‌کند؟ و اگر بله، چرا؟

بعد از چند روز، آن‌ها با چند مثال شهودی سراغ خانم معلم آمدند. آن‌ها شکل زیر را رسم کرده و ادعا کردند که رابطه‌ای را کشف کرده‌اند.



خانم معلم: مطمئن نیستم منظورت چیست؟

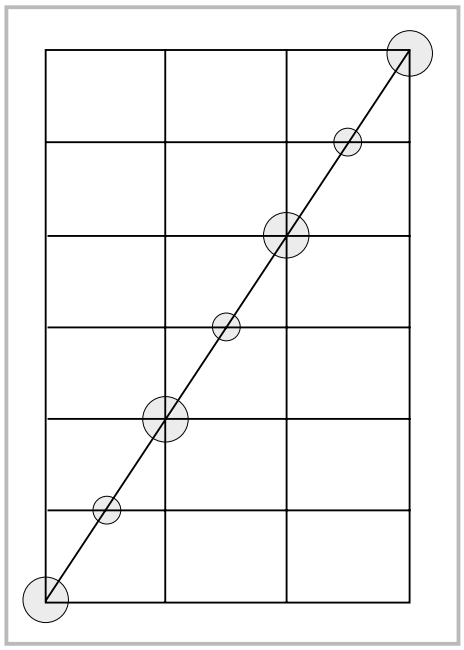
نانسی: ببینید، این یک کاشی‌کاری ۲ در ۳ است و نخ، ۵ نقطه را قطع می‌کند، که همان ۳+۲ است.

خانم معلم: جالب است. آیا این در سایر موارد هم اتفاق می‌افتد؟

مارتا: بله. این اغلب برای اعداد کوچک درست است.

خانم معلم: منظورت از اغلب چیه؟

مارتا: مثلاً برای این درست نیست. (مارتا شکلی از یک کاشی کاری ۳ در ۶ رسم کرد که هفت نقطه برخورد وجود داشت.)



نانسی: چرا این یکی متفاوت است؟

خانم معلم پیشنهاد کرد که سؤال نانسی را پیگیری کنند.

بعد از مدتی آن‌ها متوجه شدند که وقتی نخ از محل تقاطع گوشه‌ی کاشی‌ها می‌گذرد، رابطه برقرار نیست. هم‌زمان، آن‌ها متوجه مطلب دیگری نیز شدند. هر گاه تعداد محل تقاطع برابر مجموع ابعاد مستطیل بود، ابعاد مستطیل نسبت به هم اول

بودند.

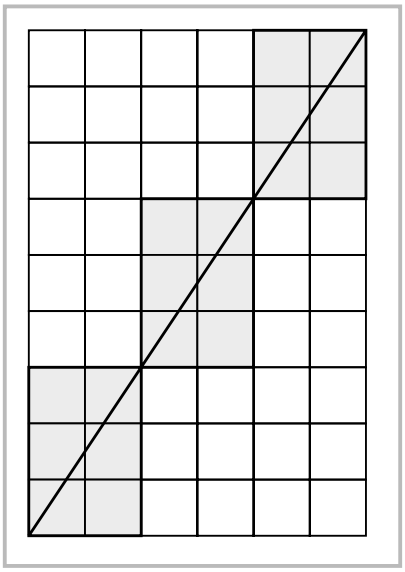
بعد از چندی تلاش که ابتدا از موارد خاص مانند ۳ × ۲ و ۴ × ۳ شروع شد و سپس حالت‌های عمومی را شامل گشت، توانستند نشان دهند که اگر m و n ابعاد مستطیل و نسبت به هم اول باشند، نخ از روی m+n-۱ کاشی خواهد گذشت.

با این نتیجه‌ی به دست آمده، آن‌ها به مسأله‌ی اصلی برگشته بودند: با نگاهی به حالت ۹ × ۶ می‌توان دید که نخ از سه بخش کاشی‌کاری ۳ × ۲ می‌گذرد که به صورت زیر می‌تواند بیان شود

۳(۲+۳-۱) =۶+۹ - ب‌م‌م (۹ , ۶)

که همان روشی است که آن دانش‌آموز شرکت کننده در مسابقه به کار برده بود و حالت عمومی‌تر آن، به صورت زیر می‌باشد.

$$m + n - (m \prod n)$$



مارتا و نانسی، نتیجه‌ی کارشان را برای نشریه‌ی ریاضی محلی که مخصوص دانش‌آموزان است، فرستادند.

شکل نهایی راه‌حل مسأله این چنین بود:

اگر بزرگ‌ترین مقسوم علیه مشترک m و n که ابعاد یک سطح شطرنجی هستند، g باشد، آنگاه ناحیه شطرنجی که ابعادش نسبت به هم اول‌اند به صورت $\left(\frac{m}{g}\right).\left(\frac{n}{g}\right)$ خواهد بود و دانش‌آموزان کشف کردند که تعداد کاشی‌هایی که نخ از روی آن‌ها در این ناحیه می‌گذرد $\left(\frac{m}{g}\right)+\left(\frac{n}{g}\right)-۱$ است و تعداد این ناحیه‌ها که نخ از آن‌ها می‌گذرد برابر g می‌باشد. پس در حالت کلی داریم؛

$$g\left[\left(\frac{m}{g}\right)+\left(\frac{n}{g}\right)-۱\right] = m + n - g$$

در این مثال، گفتمان حداقل دو هدف مهم را برآورده می‌کند. قبل از هر چیز، انگیزه‌ساز حرکت رو به جلو است. دانش‌آموزان به کار کردن روی مسأله ترغیب می‌شوند چون اولاً در مورد دست‌آوردهایشان بحث می‌کنند و کار را به صورت مشارکتی پیش می‌برند. در ثانی، تلاشی مستمر برای توضیح دادن عملکردشان و دلیل انجام آن، کمک بزرگی به دانش‌آموزان است تا بر هدف اساسی مسأله تمرکز کنند و تفکراتشان را شفافیت بخشند. سؤال‌های اساسی مانند «مطمئن نیستم منظورت چیست؟»، «آیا این در سایر موارد هم اتفاق می‌افتد؟» و «منظورت از اغلب چیه؟» که خانم معلم مطرح می‌کند، و سؤالی که نانسی می‌پرسد، «چرا این یکی متفاوت است؟» سؤال‌های کلیدی را پیش روی آن‌ها می‌گذارد که باعث تمرکز آن‌ها بر مسأله می‌شود و این تمرکز، به نوبه‌ی خود، یک عامل اساسی موفقیت آن‌ها در حل مسأله است.

نقش معلم در گفتمان ریاضی

دبیران ریاضی در دبیرستان، می‌توانند به دانش‌آموزان کمک کنند تا گفتمان ریاضی را برای یادگیری و درمیان گذاشتن پنداشت‌های ریاضی به کار گیرند. با ایجاد فضایی که در آن، تمام دانش‌آموزان از خطرپذیری اظهارنظر و حدسیه‌سازی در امان هستند، معلمان می‌توانند به آن‌ها کمک کنند تا بیانات خود را روشنی بخشیده و بر توضیحات ریاضی، تمرکز کنند.

برپایی کلاس درس ریاضی با سطح مناسبی از بحث‌های ریاضی، نیازمند این است که معلم‌ها دانش ریاضی خوبی داشته باشند و اهداف ریاضی‌شان را با زبانی شفاف به دانش‌آموزان ارایه کنند. معلمان باید کمک کنند تا دانش‌آموزان، در نوشتن ریاضی دقیق‌تر شوند و آن‌ها را به خواندن متن‌های تکنیکی جدید، ترغیب کنند. بهتر است در بحث‌های کلاسی، معلمان نیز حضور داشته باشند و دانش دانش‌آموزان را از آن‌چه که می‌گویند و می‌نویسند، تفسیر و ارزیابی کنند. یعنی گفتمان

می‌تواند روشی بی‌نظیر برای ارزیابی واقعی یادگیری مفهومی دانش‌آموزان باشد. در شروع تدریس، و قبل از ارایه‌ی مطلبی جدید، معلم می‌تواند اطلاعات دانش‌آموزان را در مورد مسأله خواستار شود. سپس پاسخ‌ها را جمع‌آوری کرده و روز بعد یک نسخه از آن‌ها را در کلاس پخش کند و نظر همه‌ی دانش‌آموزان را در مورد موافق بودن یا نبودن با هر یک از اظهارنظرها، جویا شود و دانش‌آموزان نظر خود را توجیه کنند. با این کار، معلم‌ها می‌توانند از دیدگاه‌های نادرست دانش‌آموزان آگاه شوند و برای بدفهمی‌ها، چاره‌جویی کنند. در این روش، دانش‌آموز، تبدیل به نقطه‌ی شروع برای آموزش می‌شود و معلمان می‌توانند بنا کننده‌ی پنداشتی باشند که دانش‌آموزان انتظار دارند دلیلی برای عقاید ریاضی شان باشد.

چنین فعالیت‌هایی، می‌توانند در خدمت ایجاد فرهنگی در کلاس باشند که باعث تبادل اندیشه‌ها به صورت مؤدبانه‌ای شود. در حالت کلی‌تر، گفتمان ترویج کننده‌ی این الگوی با ارزش خواهد بود که پذیرفتن مسؤولیت آن‌چه در کلاس می‌گذرد به عهده‌ی همه است و به جای این‌که فقط معلم بر مسند قضاوت بنشیند، دانش‌آموزان نیز به ارزیابی خود و آن‌چه در کلاس می‌گذرد، خواهند پرداخت.

مسأله‌هایی که حل آن‌ها نیازمند توضیح دادن است، می‌تواند به طور مرتب، به عنوان تکلیف درسی در کلاس ارایه شود و دانش‌آموزان می‌توانند در مورد راه‌حل‌ها و توضیحات آن‌ها، بحث کنند و مهم‌تر این که، کفایت آن توضیحات را مقایسه کنند. تمرینات زیر، می‌توانند به دانش‌آموزان کمک کنند تا مهارت خود را در نوشتن ریاضی‌وار، تقویت کنند.

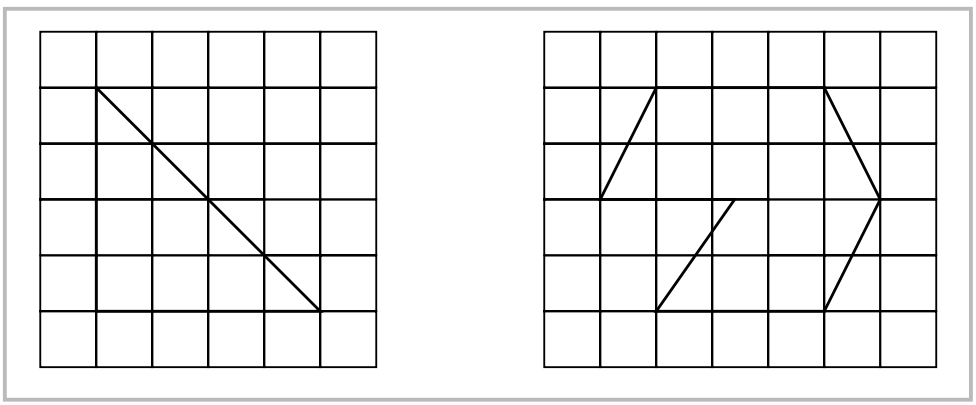
فرض کنید شما با دانش‌آموزی از کلاستان از طریق تلفن در تماس هستید و می‌خواهید او شکلی را رسم کند در حالی که شکل مورد نظر را نمی‌بیند. گفته‌های خود را بنویسید به طوری که دانش‌آموز دیگر بتواند شکل مورد نظر را به دقت رسم کند. (به شکل‌های زیر، توجه کنید.)

فرض کنید شما به عنوان یک مشاور استخدام شده‌اید تا به انتخاب خرید از بین دو مورد کمک کنید (به عنوان مثال کدام کمپانی تاکسی‌رانی برای استفاده بهترین است یا کدام طرح تلفن برای خرید بهتر است).

لانه‌ی سگی از چوب‌هایی به ابعاد چهار در هشت اینچ طراحی کنید. حجم آن باید به طور عاقلانه‌ای بزرگ باشد. دلایل خود را برای طرحی که انتخاب می‌کنید، توضیح دهید.

چنین تمریناتی، می‌توانند به عنوان یک وسیله‌ی خوب برای ارزیابی میزان درک و قدرت تفکر ریاضی دانش‌آموزان در خدمت معلم باشند.

نوشتن، روشی با ارزش برای بازتاب و مشخص کردن چیزی است که می‌دانیم. مثلاً معلم می‌تواند از دانش‌آموزان بخواهد در مورد موضوعی که تازه یاد گرفته‌اند، برای دانش‌آموزی که غایب بوده، مطلبی بنویسند. همین‌طور، می‌توان از دانش‌آموزان خواست وقتی روی پروژه‌ای کار می‌کنند، کارهای اولیه‌شان را با کارهای بعدی خویش مقایسه کنند و مشخص کنند که چگونه درک عمیق‌تر، به مؤثر بودن نتیجه‌ی کارشان انجامیده است. به کمک این روش‌ها، معلم‌ها می‌توانند به دانش‌آموزان یاری رسانند تا مهارت‌هایشان را در گفتمان ریاضی بهبود بخشند تا به آن‌ها، هم در داخل کلاس و هم در بیرون کلاس، کمک کند. به کار بردن این مهارت‌ها به نوبه‌ی خود، علاوه بر درک عمیق‌تر از پنداشت‌های ریاضی، در توسعه‌ی قابلیت‌های چگونه صحبت کردن، شنیدن، خواندن و نوشتن، مفید است.



نقش معلم در گفت‌و شنود

استانداردهای تدریس حرفه‌ای ریاضیات مدرسه‌ای در سال ۱۹۹۱، برای تدریس ریاضی، شش استاندارد را مطرح کرد که یکی از آن‌ها، نقش معلم در تدریس و گفت‌وشنود[۲] است.

- تکالیف با ارزش ریاضی؛
- نقش معلم در تدریس (گفت‌وشنود)؛
- نقش دانش‌آموز در تدریس؛
- نقش امکانات در افزایش اثر بخشی تدریس؛
- محیط آموزشی؛
- تجزیه و تحلیل یاددهی و یادگیری.

در ادامه، زیر استانداردهای مربوط به نقش معلم در تدریس بیان می‌شود، زیرا تمام این زیر استانداردها، با گفتمان ریاضی مرتبط‌اند.

- مطرح کردن پرسش‌ها و ارایه‌ی تکالیفی که تفکر هر دانش‌آموزی را برانگیزاند، درگیر کند و به چالش بکشاند.
- با دقت گوش کردن به پنداشت‌های دانش‌آموزان.
- تقاضا از دانش‌آموزان برای شفافیت بخشیدن و قضاوت کردن درباره پنداشت‌های شفاهی یا نوشتاری خودشان.
- تصمیم‌گیری برای این‌که بر اساس پنداشت‌هایی که دانش‌آموزان در طول بحث‌های کلاسی می‌پرورانند، چه چیزی عمیق‌تر پیگیری شود.
- تصمیم‌گیری برای این که چه موقع و چگونه نمادگذاری و زبان رسمی ریاضی به پنداشت‌های دانش‌آموزان اضافه شود.
- تصمیم‌گیری برای این که چه موقع اطلاعات فراهم شود، چه موقع مطلبی توضیح داده شود، در چه زمانی نمونه ارایه شود، در چه موقعی دانش‌آموزان راهنمایی شوند و چه وقت اجازه داده شود که دانش‌آموزان با مشکلی دست و پنجه نرم کنند.
- تنظیم و کنترل مشارکت در بحث و تصمیم‌گیری برای این‌که چه وقت و چگونه، هر دانش‌آموزی تهییج به مشارکت شود.

تنوع فرهنگی در آموزش ریاضی

از سال ۱۹۵۰، **کنفرانس‌های بین‌المللی مطالعه و توسعه‌ی تدریس ریاضی[۳] (CIEAEM)** هر ساله با موضوعات متنوعی برگزار شده است. در سال‌های اخیر، موضوع این کنفرانس‌ها از تمرکز بر مباحث ساختاری و مفهومی ریاضی، بیش‌تر به آموزش، رشته‌های بین رشته‌ای و تأثیر تکنولوژی تغییر جهت داده است، و به خصوص به پیشبرد و ارتقای گفتگو بین محققین آموزش ریاضی توجه شده است.

CIEAEM معتقد است که هر یک از زیر جامعه‌های **ریاضی‌دانان**، **کاربران ریاضی** و **مدرسان ریاضی**، دیدگاه‌های خاص خودشان را درباره‌ی ریاضی دارند. در حقیقت، می‌توان گفت هر یک از این زیر جامعه‌ها، خرده‌فرهنگ ویژه‌ی خودشان را دارند که درون یک فرهنگ بزرگ‌تر از یک جامعه‌ی بزرگ‌تر به نام «جامعه‌ی ریاضی»، قرار می‌گیرند.

پنجاه و یکمین کنفرانس CIEAEM در سال ۲۰۰۰ میلادی، با موضوعات زیر برگزار شد:

عکس: اعظم لاریجانی

● نگاه به عقب و حرکت به جلو؛
● همکاری مؤثر بین ریاضی‌دانان، کاربران ریاضی و مدرسان آن؛
● نسخه‌ای از تنوع علایق، توانایی‌ها، استعدادها و پیشینه‌ی فراگیران ریاضی؛
● فرهنگ‌های ریاضی در بخش‌های مختلف آموزش؛
● باورها و رویکردها در ریاضی و آموزش آن.

این کنفرانس، شرکت کنندگان را به جستجوی مدل‌ها، نظریه‌ها و الگوهای موجود در فرهنگ‌های گوناگون دعوت کرد تا به سوی ایجاد و توسعه‌ی یک درک و فهم مشترک از ریاضی و آموزش آن حرکت کنند. هدف این کار، غنی‌سازی درک و فهم ما از طریق توجه بیش‌تر به تنوع تفسیرها و تجربیات واقعی قابل دسترس در فرهنگ‌هایی به جز محیط و جامعه‌ی ریاضی اطراف خودمان اعلام شده بود. این کار، تلاشی برای بهره‌مندی از مزیت دیگر فرهنگ‌های ریاضی است تا دیدگاه‌هایمان را ارزیابی مجدد کنیم و یاد بگیریم که از دیدگاه‌های مختلف، می‌توان چیزهای متنوعی یاد گرفت.

تنوع فرهنگی در آموزش ریاضی، موضوعی چالش‌برانگیز است و CIEAEM معتقد است که باورهای ما، بر عملکردمان تاثیر دارد و باورهایمان، تفسیر تجربیات شخصی درون خرده‌فرهنگ خاص حاکم بر زیر جامعه‌ای است که به آن تعلق خاطر داریم. از این‌رو است که نسبت به تغییرات، مقاومت نشان می‌دهیم.

● نگاه به عقب و حرکت به جلو

مستندات تاریخی درباره‌ی توسعه و رشد ریاضی نشان می‌دهد که احتمالاً در مراکز اولیه‌ی ریاضی در کشورهای مصر، بابل، چین و هند، ریاضی‌دانان قدیمی به طور مستقل کار می‌کردند و به طور حتم، مراکز بعدی ریاضی مانند ایتالیا در قرن شانزدهم و فرانسه در قرن هفدهم و سپس تمام اروپا، از گذشته الهام گرفته و تاثیر پذیرفته‌اند.

هم‌چنین، تاریخ نشان می‌دهد که مراکز علمی و ریاضی، از مراکز سیاسی و اقتصادی رشد کرده و توسعه یافته‌اند. ممکن است ادعا شود در دنیای امروز، آمریکا پیشگام نوآوری در ریاضیات است. اما سؤال مهم‌تر این است که این مرکز کلیدی، قرن آینده در کجا قرار دارد؟

توانایی دسترسی به تکنولوژی ارزان و قابل دسترس مانند کامپیوتر، ماشین حساب و اینترنت، ممکن است در توسعه‌ی ریاضی و آموزش آن و فرهنگ‌های مرتبط با آن، به گونه‌ای تأثیرگذار باشد که پیش‌بینی آن در حال حاضر، اصلاً آسان نیست.

این مطلب، اهمیت درک وضعیت موجود و بررسی این که چرا در این موقعیت قرار داریم را می‌رساند، و فرصتی برای آماده شدن و مواجه شدن با آینده را با هدف درک محدودیت‌های موجود برای توسعه‌ی همکاری‌های درون فرهنگی و برون فرهنگی، مورد توجه قرار می‌دهد.

کنفرانس تأکید دارد که فرهنگ‌های ریاضی منطقه‌ای – چینی، آفریقایی، هندی، اسلامی و اروپایی – در جهت رشد ریاضی و آموزش آن، باید مورد بررسی قرار گیرند و به خصوص، وقتی یک فرهنگ خاص غالب است، این کار ضرورت بیش‌تری پیدا می‌کند.[۴]

سؤالات کلیدی در این زمینه که در پنجاه و یکمین کنفرانس CIEAEM به آن‌ها پرداخته شد، به قرار زیر بودند:
○ تکامل تدریجی ریاضی در فرهنگ‌های مختلف چگونه در پیچیدگی حال حاضر ریاضی و آموزش آن نقش داشته است؟
○ تسلط آشکار فرهنگ غرب بر توسعه‌ی ریاضی در سراسر جهان چه اثری داشته است؟
○ تکنولوژی چگونه باید به خدمت گرفته شود تا همکاری و گفتگو بین فرهنگ‌ها را توسعه دهد؟
○ از تعامل اندیشه‌ها چه چیزی می‌توانیم یاد بگیریم تا در الگوی رشد ریاضیات و آموزش آن در آینده به ما کمک کند؟

● همکاری مؤثر بین ریاضی‌دانان، کاربران ریاضی و مدرسان آن

یکی از قدرتمندترین ابعاد ریاضی، مجرد بودن آن است که می‌تواند هم‌زمان در حل مسایل علمی متنوع، به کار برده شود. چنین تنوع‌پذیری به خاطر این است که اصول و تکنیک‌های ریاضی، مستقل از زمینه‌ی کاربردی آن‌ها برقرار هستند.

تفاوت فرهنگی بین ریاضی‌دانان، مدرسان ریاضی و کاربران آن، ناشی از این است که آن‌ها در پیگیری هدف خاصی که دارند، ریاضی را به روش خاص خودشان تعبیر و تفسیر می‌کنند که این تفاوت‌ها، احتمالاً اثری متعصبانه در برقراری همکاری بین این سه گروه دارد.

معمولاً گفته می‌شود که استفاده‌کنندگان از ریاضی، آن را فقط با تکنیک‌های کارا و مؤثرش می‌شناسند و هم‌زمان،

ریاضی‌دانان به اندازه‌ی کافی، درباره‌ی کاربردهای آن در تجارت، صنعت، حوزه‌های آموزشی و زندگی روزمره آگاه نیستند تا بتوانند کارشان را از دیدگاه کاربران ریاضی ببینند. یعنی به کاربردهای عملی ریاضی به اندازه‌ی تدریس ریاضی در دانشگاه اهمیت قایل نیستند. بین این دو قطب، مدرسان ریاضی قرار می‌گیرند که مشکل اصلی آن‌ها، قرار گرفتن بین این تفسیرهای مختلف از ریاضی است.

مطالب زیادی در مورد مهارت‌های موردنیاز و ضروری برای قرن بیست‌ویکم نوشته شده که بحث‌های زیادی درباره‌ی توانایی‌های ریاضی لازم برای افراد تحصیل کرده را دربرمی‌گیرد. هم‌چنین، گزینه‌های مختلفی وجود دارند که آیا این مهارت‌ها باید در مدرسه آموخته شوند یا در محل کار، یا این‌که آیا همه‌ی دانش‌آموزان یا گروه‌های شغلی خاص باید مهارت‌های خاص را یاد بگیرند؟ کشورهای مختلف، رویکردهای مختلفی در مقابل این بحث دارند، اما سؤال اصلی هم چنان به قوت خود باقی است که آیا مهارت‌های ریاضی را باید برای کاربرد آن، تدریس کرد؟

سؤالات کلیدی در این زمینه، این گونه عنوان شده‌اند:

❍ اگر ریاضی‌دانان و کاربران ریاضی تفسیرهای مختلفی از ریاضی دارند، آیا لزوماً، این یک تضاد فرهنگی است؟ یا این‌که دیدگاه‌هایشان مکمل یکدیگرند؟

❍ کاربران ریاضی تا چه حدی باید درباره‌ی پایه و اساس ریاضی تکنیک‌هایی که مورد استفاده قرار می‌دهند، آگاه باشند؟

❍ اطلاع از چگونگی کاربرد دانش ریاضی، چگونه می‌تواند برای ریاضی‌دانان مفید باشد؟

❍ مزیت مرتبط با تدریس تکنیک‌های ریاضی به همراه کاربردشان در مقابل به کارگیری حل مسأله برای خلق تکنیک‌های لازم چیست؟

● آیا هسته‌ی مرکزی در ریاضی که در بین همه‌ی فرهنگ‌ها و جامعه‌های ریاضی قابل تبادل باشد، وجود دارد؟

● تنوع علایق، توانایی‌ها، استعدادها و پیشینه‌ی فراگیران ریاضی

به تعبیر شکسپیر؛ «بعضی‌ها ریاضی‌دان متولد می‌شوند، بعضی‌ها به مهارت‌های ریاضی دست پیدا می‌کنند و بعضی‌ها صاحب ریاضیاتی هستند که به زور به آن‌ها تحمیل و فهمانده شده است.» این تنوع، بیانگر واکنش دانش‌آموزان در مقابل ریاضی است.

تنوع و تفاوت در جریان یاددهی و یادگیری ریاضی در محیط‌هایی با بسترهای فرهنگی، اقتصادی و سیاسی اتفاق می‌افتد که کم و بیش بر روی استراتژی‌های مورد استفاده تأثیر می‌گذارد. تنوع در بین دانش‌آموزان، اخیراً در بیش‌تر حوزه‌های پژوهشی تعلیم و تربیت مورد توجه قرار گرفته است که از ریاضی و آموزش آن، مستثنا نیست.

به نظر می‌رسد که گروه‌بندی دانش‌آموزان بر اساس سن تقویمی و عملکرد ریاضی، در تمام نقاط دنیا تبدیل به یک استراتژی مشترک شده است و گروه‌بندی‌های مختلف بر اساس توانایی‌ها معمولاً بیش از گروه‌بندی‌ها بر اساس سن، دیده می‌شود. انتخاب روش تدریس و سبک یادگیری متأثر از میزان وزن‌دهی به آموزش فردی، گروهی یا تمام کلاس است. اما در این بین، ارزیابی و ارزشیابی منحصراً بر پایه‌ی فرد باقی مانده است.

در مدارس، روش تدریس برای تمام کلاس متداول‌تر است. در حالی که یادگیری فردی به طور مستقل، حداقل در فرهنگ غربی در پایه‌های تحصیلی بالا، در حال رشد است. این تفاوت که مورد حمایت گروه‌های متفاوت قرار دارد، معلوم نیست که آیا نتیجه‌ی فشارهای اقتصادی و سیاسی است یا علت آن چیز دیگری است.

نظریه‌ی رشد ذهنی پیاژه، باعث انفجاری در تحقیقات کلاس درس، موفقیت و یادگیری دانش‌آموزان شد. این خود، باعث بروز چندین رویکرد تحقیقاتی جدید با نظریه‌های متمرکز بر آموزش فردی بود.

سؤالات کلیدی در این زمینه، این گونه عنوان شده‌اند:

❍ آیا باید دانش‌آموزان را گروه‌بندی کرد؟ اگر آری، بر چه اساسی؟

❍ معلمان چگونه می‌توانند مشکلات دانش‌آموزان را که ناشی از جنسیت، نژاد، سن و دیگر طبقه‌بندی‌ها هستند، به حداقل برسانند؟

❍ آیا مقایسه‌های بین‌المللی درباره‌ی موفقیت‌های ریاضی، به توسعه روش‌های تدریس و یادگیری مؤثر درجامعه‌های فرهنگی خاص کمک می‌کند یا از آن جلوگیری می‌کند؟

❍ چگونه می‌توانیم پذیرش ریاضی از طرف همگان را افزایش دهیم؟

● **فرهنگ‌های ریاضی در بخش‌های مختلف آموزش**

تنوع و گوناگونی دیدگاه‌ها در مورد بهترین روش یادگیری دانش‌آموزان، به اندازه‌ی ساختارها و سازماندهی‌های پذیرفته شده به منظور رسیدن به اهداف و آرزوهای جوامع مختلف متنوع است.

واضح است که کشورها با فرهنگ‌های متفاوت، روش‌های آموزشی گوناگونی را در زمان‌های مختلف بنابر عوامل متنوع از قبیل، نوع حکومت و نوع اقتصاد، به وجود آورده‌اند و نمی‌توان گفت که لزوماً، از طریق مطالعات پژوهشی تدوین شده‌اند.

عوامل متعددی موجب ایجاد تفاوت‌هایی در زمینه‌های یادگیری بخش‌های مختلف آموزشی در پایه‌های تحصیلی بوده است. تعلیم و تربیت اجباری که تبدیل شدن معلمان کلاس درس را به متخصصان موضوعی در پی داشت، یا آزادی دانش‌آموزان که می‌توانند مواد درسی مورد علاقه‌ی خود را خود انتخاب کنند، می‌توانند از عوامل تأثیرگذار باشند. به هر حال، چنین تفاوت‌هایی می‌توانند تبدیل به عاملی مشکل‌ساز در منتقل شدن دانش‌آموزان از یک بخش آموزشی مانند دوره‌ی راهنمایی به بخش آموزشی دیگری مانند دوره‌ی متوسطه باشند.

به نظر می‌رسد تفاوت بارزی بین معلم محوری دوره‌ی ابتدایی و تخصص محوری برای دبیران دبیرستان وجود دارد. هر دوی آن‌ها نقاط ضعف و قوتی دارند. لازم است قدم‌هایی برای شناسایی تحولی یکنواخت برداشته شود که پیشرفت تمام دانش‌آموزان را به همان خوبی که به طور انفرادی برای بعضی از دانش‌آموزان اتفاق می‌افتد، تداوم می‌بخشد.

تجارت و صنعت به عنوان جذب کننده‌ی فارغ التحصیلان، متأثر از آموزش متوسطه است. همکاری مؤثر وقتی به دست خواهد آمد که آموزش‌دهندگان و کارفرمایان، دیدگاه‌های یکدیگر را درباره‌ی ریاضی درک کرده و کاربرد این دیدگاه‌ها را در زمینه‌های مختلف تخصصی خودشان، تصدیق کنند.

سؤالات کلیدی در این زمینه، این گونه طرح شده‌اند:

❍ چگونه می‌توان نقاط قوت دوره‌های مختلف آموزشی را افزایش و نقاط ضعفشان را کاهش داد تا تداوم در یادگیری ریاضی حفظ شود؟

❍ آموزش اجباری و غیراجباری با صنعت و تجارت چگونه در تعامل قرار دارند؟

❍ روش‌های کارا که همکاری بین دوره‌های مختلف آموزشی درباره‌ی ریاضی را در پی داشته باشند، چه هستند و چطور می‌توانند به بهترین نحو، توسعه و رشد یابند؟

❍ چگونه می‌توانیم پذیرش ریاضیات از طرف همگان را افزایش دهیم؟

● **باورها و رویکردها در ریاضی وآموزش آن**

باورها درباره‌ی ریاضی، بر آن‌چه تدریس می‌شود و بر چگونگی تدریس، تأثیر مستقیم دارد. دانش‌آموزان، معلمان، ریاضی‌دانان، محققان، نویسندگان، والدین و سیاست‌گذاران، همه و همه بر آن‌چه تجربه‌های آموزش ریاضی را می‌سازند، نفوذ دارند و از تجربیات آموزشی موجود تأثیر می‌پذیرند. از این‌رو، باورهایی را که در کلاس درس ریاضی دریافت می‌کنند، انتقال می‌دهند. برجسته کردن آثار ناشی از هر یک از این اتفاق‌ها، کار آسانی نیست، اما می‌توان حدس زد که هر کدام از آن‌ها، چه پیامد و نتایج تأثیرگذاری می‌تواند بر روند آموزش ریاضی داشته باشد. اما مشاهده‌ی این واقعیت سخت نیست که تمام افراد جامعه به دانش ریاضی به عنوان یک ضرورت آموزشی و حتی فرهنگی می‌نگرند. با این حال، روش تدریس ریاضیات مدرسه‌ای، ظاهراً از ریشه‌های فرهنگی جدا شده است و روش‌های متداول ارزشیابی، به اهمیت ارزیابی رشد تفکر ریاضی دانش‌آموزان، مجال توسعه‌ی کمی داده است. نتیجه‌ی چنین اتفاقی می‌تواند به نارضایتی از ریاضیات مدرسه‌ای از ناحیه‌ی تمام افراد مرتبط با آن، منجر شود.

شاید به نظر معقول بیاید که روش‌های آموزش ریاضی را بر پایه‌ی باورهای افراد پایه‌ریزی کنیم، اما سؤال اینجاست که آیا باور این افراد بر پایه‌ی واقعیت فرهنگی موجود است؟ به عنوان مثال راداک[5] (۱۹۸۴) بحث می‌کند که «... زمانی که نوآوری برای تثبیت در کلاس‌ها و مدارس ناتوان است، ممکن است دانش‌آموزان مدافع فرهنگ موجود بوده و در کلاس درس به عنوان یک نیروی محافظه‌کار نیرومند عمل کنند. شاید ما ویژگی‌های مهم فرآیند نوآوری را نادیده گرفته باشیم. باید به مشکلات پیش روی دانش‌آموزان توجه کنیم.»

با وجود این که باورهای افراد درباره‌ی یاددادن و یادگرفتن ریاضی در بستری از ساختارهای سیاسی و روان‌شناسی آن‌ها شکل می‌گیرد، اما افراد معمولاً آماده‌ی بررسی مجدد و تغییر مداوم در درون فرهنگ خاص خویش هستند.

اگر چه باورها، در هدایت روش‌ها نقش دارند، اما آموزش ریاضی بیش از این‌ها، به مواردی از قبیل تجرید ریاضی،

تصمیمات آگاهانه و نتیجه‌گیری از کلاس درس، مرتبط است.

در کلاس درس، تجربیات واقعی فرد به وسیله‌ی تأثیر گرفتن از رفتار و گفتار دیگران تعدیل می‌شود. کیفیت و کمیت منبع تجربه نیز می‌تواند بر میزان کاربست آن، تأثیر زیادی داشته باشد. مثلاً ممکن است تأثیری که یک دبیر از دوران تحصیلات دانشگاهی‌اش می‌گیرد، بسیار عمیق‌تر از تأثیرپذیری او از دوران تحصیل‌اش در دبیرستان باشد. احتمالاً، معلمان ریاضی مجال و فرصت اندکی برای ایجاد یک تعادل بین باورهای خود، واقعیت‌های فرهنگی و تجربیات غیررسمی خویش دارند. این مطلب، چه اثری بر نقش حرفه‌ای یک معلم دارد؟

سؤالات کلیدی که در این زمینه مطرح شده است به این قرار است:

- تا چه حدی، باورها و تجربیات مربوط به تدریس و یادگیری ریاضی، به‌وسیله‌ی افراد یا جامعه، ثبت و ضبط شده است؟
- چه عاملی، به جدایی باورها و تجربیات معلم، کمک می‌کند؟
- چگونه می‌توانیم از باورهای مختلف، باوری را برای توسعه‌ی یک درک متقابل از ماهیت و نقش ریاضی، بسازیم؟

زیرنویس‌ها

1. Communication

2. Discourse

در سراسر این مقاله، واژه‌ی گفتمان، معادل Communication استفاده شده است که در واقع منظور کلیدی شیوه‌های برقراری ارتباط بین افراد مختلف در یک کلاس درس ریاضی، اعم از ارتباط گفتاری [واژه‌ها و تعاریف] دیداری [نمودارها و شکل‌ها و...]، نمادین [نمادگذاری‌های جبری و...] و غیره است.

3.Commission International pour i'Etude et l'Ameliorational del' Enseignementdes Mathematiques (CIEAEM) (International Commission for the Study and Improvement of Mathematics Teaching)

۴. کنفرانس معتقد است که، فرهنگ غربی بر آموزش ریاضی جهان، حاکم است. کتاب «ریاضیات از کجا آمده است؟» از این فرهنگ با عنوان Romance یاد می‌کند.

5. Rudduck

منبع اصلی:

[1] National Council of Teachers of Mathematics. (2000). **Principles and Standards for School Mathematics NCTM-2000.**

سایر منابع و منابع استفاده شده در منبع اصلی:

[2] Borasi, Raffaella. (1992). **Learning through Inquiry.** Portsmouth, N. H. Heinemann.

[3] Cobb, Paul, Terry Wood, and Erna Yackel. (1994). **Discourse, Mathematical Thinking, and Classroom Practice**. In Contexts for Learning: Sociocultural Dynamics in Children's Development. New York: Oxford University Press.

[4] Confrey, Jere. (1990). **A Review of the Research on Student Conceptions in Mathematics, Science, and Programming**. In Review of Reasearch in Education, vol. 16, edited by Courtney Cazden, pp. 3-56. Washington, D. C.: American Educational Research Association.

[5] Dugdale, Sharon. (1993). **Functions and Graphs: Perspectives on Student Thinking**. Integrating Research on the Graphical Representation of Functions, edited by Thomas Romberg, Elizabeth Fennema, and Thomas Carpenter, pp. 101-29. Hillsdale, N. J.: Lawrence Erlbaum Associates.

[6] Hatano, Giyoo, and Kayoko Inagaki. (1991). **Sharing Cognition through Collective Comprehension Activity**. In Perspectives on Socially Shared Cognition, edited by Lauren B. Resnick, John M. Levine, and Stephanie D. Teasley, pp. 331-48. Washington, D. C.: American Psychological Association.

[7] Hughes-Hallett, Deborah, Andrew M. Gleason, Daniel E. (1994). flath, Sheldon P. Gordon, David O. Lomen, David Lovelock, William G. McCallum, Brad G. Osgood, Andrew Pasquale, Jeff Tecosky-Feldman, Joe B. Thrash, Karen R. Thrash, and Thomas W. Tucker, with the assistance of Otto K. Bretscher. **Calculus**. New York: John Willy & Sons.

[8] Kenney, Patricia Ann, and Edward A. Silver, eds. (1997). **Results from Sixth Mathematics Assessment of the national Assessment of educational Progress**. Reston, Va.:National Council of Teachers of Mathematics.

[9] Krutetskii, V. A. (1976). **The Psychology of Mathematical Abilities in Schoolchildren**. Chicago Press.

[10] Lampert, Magdalene, and Paul Cobb. **Communications and Language**. In A Research Companion to NCTM's Standards, edited by Jeremy Kilpatrick, W. Gary Martin, and Deborah Schifter. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics, forthcoming.

[11] Leinhardt, Geae, Orit Zaslavsky, and Maey Kay Steion. (1990). **Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching**. Review of Educational Research 60, no. 1. 1-64.

[12] National Council of Teachers of Mathematics. (1989). **Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics**. Reston, Va.: National Council of Teachers of Mathematics.

[13] Rudduck, J. (1984). 'Introducing innovation to pupils', in Hopkins D. & Wideen M. (Eds), **Alternative Perspectives on school Improvement**, Falmer Press.

[14] Schifter, Deborah, Virginia Bastable, and Susan Jo Russell. (1999). **Building a System of Tens Casebook**. Developing Mathematical Ideas: Number and Operations, Part 1. Parsippany, N. J.: Dale Seymour Publications.

[15] Silver, Edward A., and Margaret Schwan Smith, and Barbara Scott Nelson. (1995). **the QUASAR Project: Equity Concerns Meet Mathematics Education Reform in the Middle School**. In New Directions for Equity in Mathematics Education, edited by Walter G. Secada, Elizabeth Fennema, and Lisa Byrd Adajian, pp. 9-56. New York: Cambridge University Press.

[16] Silver, Edward A., Jeremy Kilpatrick, and Beth G. Schlesinger. (1990). **Thinking through Mathematics: Fostering Inquiry and Communication in Mathematics Classrooms**. New York: College Entrance Examination Board.

[17] Smith, John P. III, Andrea A. diSessa, and Jeremy Roschelle. (1993). **Misconceptions Reconceived: A Constructivist Analysis of Knowledge in Transition**. Journal of the Learning Sciences 3, No. 2. 115-63.

[18] Ahmed, A., H. Williams and individual authors. (2000). **Cultural Diversity in Mathematics (Education): CIEAEM51**. HORWOOD PUBLISHING.