$۳y^۲-۱۰y+۳=۰$ می‌رسیم و از آن‌جا: $y=۳$ یا $\frac{۱}{۳}$. که با توجه به صحیح بودن y، $y=۳$ قابل قبول است و از آن‌جا: $z=۸$ و $x=۱۴$ و درنتیجه: $x^۲-yz=۱۴^۲-۲۴=۱۷۲$

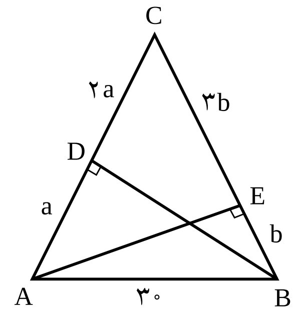
۸. چون AB قطر دایره است، $DB\perp AC$ و $AE\perp BC$. بنابراین با رسم شکل به معادله‌های زیر می‌رسیم:

$$CB^۲=(۴b)^۲=(۲a)^۲+DB^۲=(۲a)^۲+۳۰^۲-a^۲=۳a^۲+۳۰^۲$$

$$AC^۲=(۳a)^۲=(۳b)^۲+AE^۲=(۳b)^۲+۳۰^۲-b^۲=۸b^۲+۳۰^۲$$

و از معادلات بالا نتیجه می‌شود: $a=۶\sqrt{۵}$ و $DB=۱۲\sqrt{۵}$ و درنتیجه:

$$S_{ABC}=\frac{۱}{۲}(۳a)(DB)=۵۴۰$$



۹. می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned}(abc)+(cba)&=(۱۰۰a+۱۰b+c)+(۱۰۰c+۱۰b+a)\\&=۱۰۱(a+c)+۲۰b\end{aligned}$$

با فرض $a+c=s$ ، با توجه به این که a و c غیرصفر هستند و a+c هر مقدار از ۲ تا ۱۸ را می‌پذیرد، لذا برای s، ۱۷ مقدار متفاوت ممکن است. چون هیچ محدودیتی در مورد رقم b وجود ندارد، پس ده امکان متفاوت برای ما وجود دارد. با این محدودیت‌ها می‌بینیم که عبارت $۱۰۱s+۲۰b$ حداکثر می‌تواند $۱۷۰=۱۰\times۱۷$ مقدار متفاوت را بپذیرد. نشان می‌دهیم این ۱۷۰ ترکیب s و b نتایج متمایزی می‌دهند.

فرض کنید، s و s' عددهای صحیح مثبت متمایزی باشند، به طوری که: $۲\le s$ و $s'\le ۱۸$. b و b' نیز عددهای صحیحی باشند، به طوری که: $۰\le b,b'\le ۹$. اگر $۱۰۱s+۲۰b=۱۰۱s'+۲۰b'$ ، آن‌گاه $۱۰۱(s-s')=۲۰(b'-b)$. و از این معادله نتیجه می‌شود: $۱۰۱|b'-b$. چون b و b' رقم هستند و ۱۰۱ عددی اول است، لذا: $|b'-b|\le ۹$. و این ممکن نیست مگر این که $b'-b=۰$ باشد. درنتیجه $b=b'$ و از آن‌جا $s=s'$. بنابراین ۱۷۰ عدد صحیح مثبت با خاصیت «جمع وارون» وجود دارد.

تفریح اندیشه

● حسین نامی ساعی

کارگران خاک بردار

مسئله: تعدادی کارگر، خاک برداری جوی آبی را به عهده گرفتند. اگر همه‌ی کارگران با هم شروع به کار می‌کردند، جوی آب در ۲۴ ساعت کنده می‌شد. ولی ابتدا فقط یک نفر شروع به کار کرد و پس از مدتی، دومی به او ملحق شد. سپس بعد از همین مدت سومی و بعد از او پس از گذشت همان مدت، چهارمی و... تا آخری شروع به‌کار کردند. ضمناً معلوم شد که نفر اول ۱۱ برابر آخری کار کرده است. نفر آخر چند ساعت کار کرده است؟

حل: اگر نفر آخر x ساعت کار کرده باشد، اولی ۱۱x ساعت کار کرده است. اگر عده‌ی کل کارگران را y فرض کنیم، تعداد کل ساعت‌های کار عبارت است از مجموع جملات یک تصاعد حسابی نزولی که جمله ی اول آن ۱۱x و جمله‌ی آخرش x است؛ یعنی:

$$Sn=\frac{n}{۲}(t_۱+t_n)=\frac{y(۱۱x+x)}{۲}=۶xy$$

از طرف دیگر می‌دانیم که اگر تمام y کارگر با هم شروع به کار کنند، کندن جوی آب را در ۲۴ ساعت تمام می‌کنند. یعنی برای انجام تمام کار ۲۴y ساعت وقت لازم است. بنابراین:

$$۶xy=۲۴y$$

عدد y نمی‌تواند مساوی صفر شود و بنابراین می‌توان طرفین معادله را به y ساده کرد. در این صورت خواهیم داشت:

$$۶x=۲۴\Rightarrow x=۴$$

بنابراین، آخرین کارگری که وارد کار شده، ۴ساعت کار کرده است.

ما به مسئله جواب دادیم، ولی اگر علاقه‌مند باشیم که عده‌ی کارگران را بدانیم، موفق به تعیین آن نمی‌شویم. با وجودی که برای حل مسئله عده‌ی کارگران را y گرفتیم و این y در معادله هم وارد شد، ولی برای محاسبه‌ی آن، مفروضات مسئله کافی نیستند.