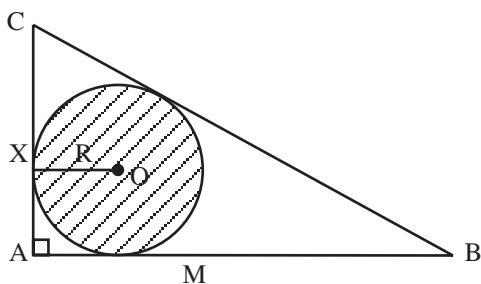


مساحت هاشور خورده

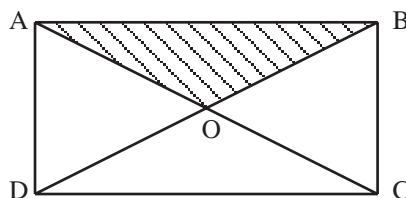
● فریدون رحیمی کلیان

دبیر ریاضیات و فیزیک ناحیه ۳ کرج

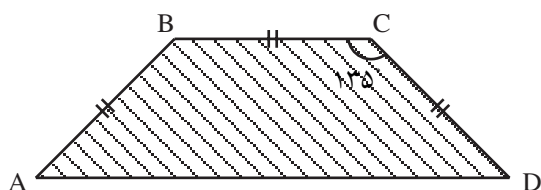
۳. در شکل مقابل، مساحت دایره‌ی محاطی مثلث S و محیط مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC مساوی $2p$ است. اگر $AB=m$ باشد، اندازه‌ی AC را بر حسب S ، p و m بیابید.



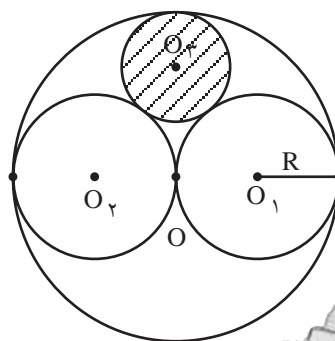
۱. اگر اندازه‌ی قطر و عرض مستطیلی مانند شکل مقابل به ترتیب ۵ و ۳ باشد، مساحت قسمت هاشور خورده را محاسبه کنید.



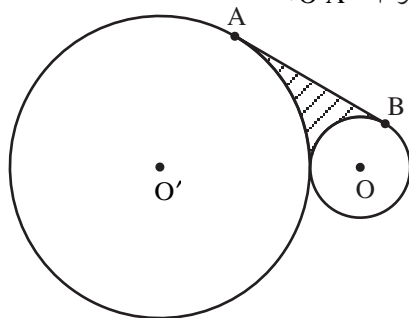
۴. در دوزنقه‌ی متساوی الساقین $ABCD$ که $\hat{C} = 135^\circ$ اگر $BC = AB = 3\sqrt{2}$ باشد، آن گاه مساحت را محاسبه کنید.



۲. در شکل زیر، چهار دایره دوه‌دو برهم مماس هستند. مساحت دایره‌ی هاشور خورده را بر حسب R محاسبه کنید.



۵. دو دایره‌ی روبه‌رو برهم مماس و AB مماس مشترک خارجی آن‌هاست. مساحت قسمت هاشور خورده را محاسبه کنید $(O'A = 3$ و $OB = 1)$.



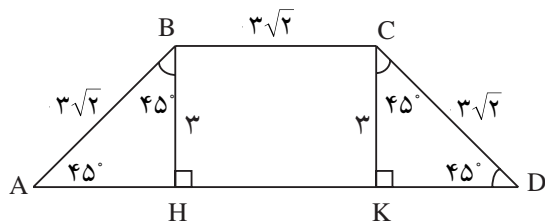
راهنمای حل

◀ **مسئله ۴:** با توجه به داده‌های مسئله، اندازه‌ی ارتفاع و قاعده‌ی بزرگ را بیابید:

$$\begin{cases} \hat{B} = \hat{C} = 135^\circ \\ \hat{A} = \hat{D} = 45^\circ \end{cases}$$

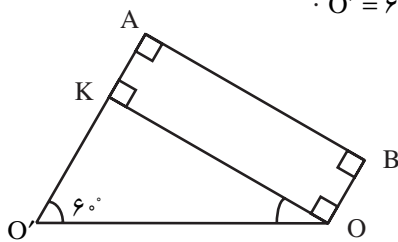
$$\Rightarrow BK = BH = \text{ارتفاع دوزنقه} = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 3\sqrt{2} = 3$$

$$\text{قاعده‌ی بزرگ} = 6 + 3\sqrt{2}$$



◀ **مسئله ۵:** از O عمود بر OA وارد کنید و آن را OK بنامید. (می‌دانیم که OB و O'A هر دو بر AB عمود و با هم موازی هستند. در نتیجه چهارضلعی ABOO' یک دوزنقه‌ی قائم‌الزاویه است.)

AB = طول مماس مشترک خارجی
 ارتفاع این دوزنقه = $\sqrt{(1+3)^2 - (3-1)^2} = \sqrt{12}$
 از طرف دیگر، در مثلث OKO'، چون O'K نصف وتر است، پس داریم $O' = 6^\circ$



بنابراین، با توجه به زاویه‌های \hat{O}' و \hat{O} ، مساحت آن قسمت از دایره‌ها را که داخل دوزنقه افتاده‌اند، از مساحت دوزنقه کم می‌کنیم.

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{6} \text{ از دایره‌ی بزرگ} &\Rightarrow \hat{O}' = 6^\circ \\ \frac{1}{3} \text{ از دایره‌ی کوچک} &\Rightarrow \hat{O} = 12^\circ \end{aligned} \right\} \text{هاشور خورده}$$

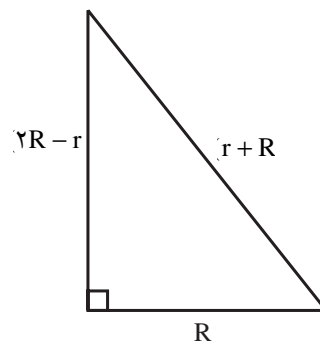
$$= \left(\frac{1}{3} \text{ از دایره کوچک} + \frac{1}{6} \text{ از دایره بزرگ}\right) - \text{دوزنقه}$$

◀ **مسئله ۱:** قطر مستطیل مساحت آن را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند و چون در مثلث ABC، پاره خط BO میانه است، پس به کمک خاصیت میانه می‌توانیم بگوییم، مساحت هاشور خورده $\frac{1}{4}$ از مساحت کل مستطیل است.

◀ **مسئله ۲:** برای مثلث قائم‌الزاویه ΔOO_1O_2 رابطه‌ی فیثاغورت را بنویسید. پس از ساده کردن این معادله، اندازه‌ی r بر حسب R به دست می‌آید:

$$(r+R)^2 = (2R-r)^2 + R^2$$

$$\Rightarrow r = \frac{2}{3}R \Rightarrow \text{مساحت دایره} = \pi r^2 = \dots$$



◀ **مسئله ۳:** مساحت مثلث قائم‌الزاویه را از هر دو روش به دست آورید و مساوی هم قرار دهید:

$$\Delta ABC \text{ مساحت} = \text{محاطی} = r \times p$$

$$\Delta ABC \text{ مساحت} = \frac{m \times x}{2}$$

$$\text{در نتیجه: } r = \sqrt{\frac{s}{\pi}} \text{ و } x = \frac{2r \times p}{m}$$

