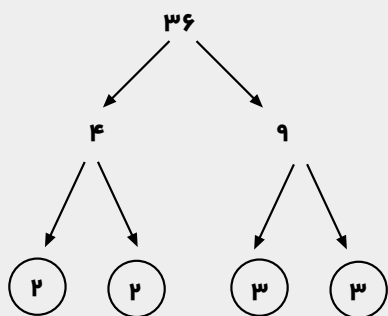


نمودار مقسوم‌علیه‌های یک عدد

• سکینه‌علی‌محمدی / دبیر ریاضی مدرسه راهنمایی شاهد شهرستان نکا.

حداقل یک مقسوم‌علیه اول یافت. مثلاً مقسوم‌علیه‌های اول عدد ۳۶ عبارتند از ۲ و ۳. برای اعداد کوچک می‌توان مقسوم‌علیه‌های اول را ذهنی یا به کمک مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌ها پیدا کرد. اما باز هم به دلیل محدودیت‌هایی که نوشتن مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌ها دارد (به‌خصوص برای اعداد بزرگ)، نمی‌توان زیاد به یافته‌های خویش اطمینان داشت. زیرا ممکن است برخی از مقسوم‌علیه‌ها جا بمانند. پس باید از راه بهتری برای پیدا کردن مقسوم‌علیه‌های اول استفاده کرد. می‌خواهیم تمام مقسوم‌علیه‌های اول عدد ۳۶ را پیدا کنیم. ابتدا ۳۶ را به صورت حاصل ضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک می‌نویسیم، مثل: 4×9 یا 6×6 یا 18×2 یا 12×3 . سپس هر کدام از عوامل ضرب را دوباره به صورت حاصل ضرب دو عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک می‌نویسیم. آن‌قدر این کار را ادامه می‌دهیم تا همه‌ی عوامل ضرب، اعدادی اول شوند. (چرا در این مرحله کار را ادامه نمی‌دهیم؟)



شما با مفهوم مقسوم‌علیه‌های یک عدد آشنا هستید. منظور از مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های عددی a ، یعنی مجموعه‌ی اعدادی که a بر آن‌ها بخش پذیر است. مثلاً مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های عدد ۳۶ عبارت است از $\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$. به این معنا که اگر ۳۶ را بر هر یک از اعضای این مجموعه تقسیم کنیم، باقی مانده صفر می‌شود. حال اگر بخواهیم مجموعه‌ی مقسوم‌علیه‌های یک عدد سه‌رقمی یا بزرگ‌تر را بنویسیم، مسلماً کار به همین سادگی نیست. زیرا در حین انجام کار دچار خستگی می‌شویم و دقت کاهش می‌یابد و به همین دلیل ممکن است، برخی از این مقسوم‌علیه‌ها جا بمانند و وقت زیادی هم گرفته شود. پس باید دنبال راه بهتری برای یافتن تمام مقسوم‌علیه‌های یک عدد باشیم.

استفاده از نمودار مقسوم‌علیه‌ها به ما کمک می‌کند که هیچ مقسوم‌علیه‌ی جا نماند. برای این کار، ما به مقسوم‌علیه‌های اول یک عدد نیاز داریم. می‌دانید تمام اعداد طبیعی بزرگ‌تر از یک، یا خودشان اولند یا از ضرب اعداد اول به دست آمده‌اند. مثلاً اعداد ۲ و ۳ اولند و با ضرب آن‌ها می‌توان بی‌شمار عدد طبیعی تولید کرد؛ مثل: ۶، ۱۲ و... پس ۲ و ۳ مقسوم‌علیه‌های اول ۶، ۱۲ و... هستند.

نتیجه این که برای هر عدد طبیعی بزرگ‌تر از یک، می‌توان

دانش‌آموزان عزیز می‌توانند سوال‌های ریاضی خود را در صفحات بعد بنویسند و بر ایمان ارسال نمایند تا به نام خودشان

در مجله مطرح نماییم.



دیگری هم دارد. از جمله این که تمام مقسوم علیه های هر عددی که در نمودار باشد نیز حتماً در آن یافت می شود. مثلاً در نمودار مقسوم علیه های ۳۶، می توان نمودار مقسوم علیه های ۱۸ یا ۱۲ و یا ... را پیدا کرد و مجموعه ی مقسوم علیه های مربوطه را نوشت.

سؤال: علاوه بر ۱۸ و ۱۲، نمودار مقسوم علیه های چه اعداد دیگری را می توانید در نمودار مقسوم علیه های ۳۶ بیابید؟ آن ها را بنویسید.

مزیت دیگر نمودار این است که ب. م. م. و ک. م. م. هر جفت از اعداد دلخواه در نمودار را می توان از روی نمودار به دست آورد. مثلاً:

$$۹ \text{ II } ۳۶ = ۳ \text{ و } ۹ \text{ II } ۱۸ = ۲ \text{ یا } ۶ \text{ II } ۳۶ = ۲ \text{ و } ۶ \text{ II } ۱۸ = ۳$$

توضیح دهید، چگونه می توان با کمک نمودار ب. م. م. و ک. م. م. دو عدد موجود در نمودار را یافت؟
عمل تجزیه ی یک عدد، یعنی این که عدد را به صورت ضرب عامل های اول بنویسیم. مثلاً:

$۳۶ = ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۳ = ۲^2 \times ۳^2$
از روی نمودار می توان این عوامل اول را پیدا کرد. کافی است از عدد یک به سمت عدد اصلی حرکت کنیم، به طوری که از هر مسیر فقط یک بار بگذریم. به دلیل این که جهت حرکت از یک به سمت عدد مورد نظر است، پس از روی هر پاره خط که می گذریم، به جای تقسیم بر اعداد اول، از عمل ضرب استفاده می کنیم.

۳۶	۱۸	۹
۱۲	۶	۳
۴	۲	۱

$$۳۶ = ۳ \times ۳ \times ۲ \times ۲ = ۳^2 \times ۲^2$$

به این ترتیب تمام مقسوم علیه های اول عدد ۳۶ پیدا می شوند.

تمرین: تمام مقسوم علیه های اول عدد ۹۰ را به کمک

نمودار درختی بیابید.

حال برای رسم نمودار مقسوم علیه، عدد مورد نظر را بر مقسوم علیه های اول تقسیم می کنیم تا نمودار کامل شود. تمام اعدادی که در نمودار هستند، مجموعه ی مقسوم علیه ها را تشکیل می دهند.

۳۶	۱۸	۹
۱۲	۶	۳
۴	۲	۱

$\{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$ = مجموعه ی مقسوم علیه های ۳۶ از کوچک به بزرگ

بسیار دیده شده است که برخی برای رسم نمودار مقسوم علیه ها، ابتدا مجموعه ی مقسوم علیه ها را می نویسند و از بین اعضای آن، مقسوم علیه های اول را می یابند و بعد نمودار را رسم می کنند. مسلماً اشتباه آنان در این است که هدف از رسم نمودار مقسوم علیه ها را فراموش کردند. زیرا ما به کمک نمودار می خواهیم به مجموعه ی مقسوم علیه ها برسیم، نه برعکس.

علاوه بر این که رسم نمودار مقسوم علیه ها در پیدا کردن تمام مقسوم علیه های یک عدد روش مطمئن تری است، مزیت های

حال به اعدادی که در توان نوشته شده‌اند یکی می‌افزاییم و حاصل آن‌ها را ضرب می‌کنیم:

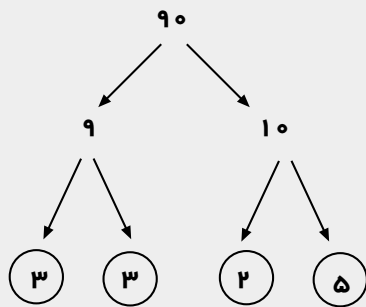
$$\left. \begin{array}{l} 2^3 \rightarrow 3+1=4 \\ 3=3^1 \rightarrow 1+1=2 \end{array} \right\} \Rightarrow 4 \times 2 = 8$$

پس ۲۴ دارای مقسوم‌علیه طبیعی است. امتحان کنید!

$$24 = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\}$$

مثال: تعداد مقسوم‌علیه‌های طبیعی عدد ۹۰ را بیابید!

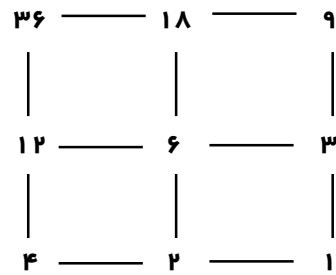
حل:



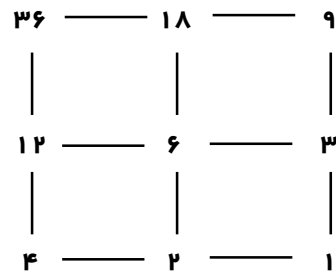
$$90 = 3 \times 3 \times 2 \times 5 = 3^2 \times 2^1 \times 5^1$$

$$\left. \begin{array}{l} 3^2 \rightarrow 2+1=3 \\ 2^1 \rightarrow 1+1=2 \\ 5^1 \rightarrow 1+1=2 \end{array} \right\} \Rightarrow 3 \times 2 \times 2 = 12 \Rightarrow$$

عدد ۹۰ دارای ۱۲ مقسوم‌علیه طبیعی است. امتحان کنید!



$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 2^2 \times 3^2$$



$$36 = 2 \times 3 \times 3 \times 2 = 2^2 \times 3^2$$

نوشتن یک عدد به صورت ضرب عوامل اول (تجزیه) که با استفاده از نمودار درختی هم به آسانی امکانپذیر است، به ما کمک می‌کند، تعداد مقسوم‌علیه‌های طبیعی یک عدد را به دست آوریم.

مثال: تعداد مقسوم‌علیه‌های طبیعی ۲۴ را بیابید.

حل: نمودار درختی را برای پیدا کردن عوامل اول رسم

می‌کنیم:

$$\text{پس: } 24 = 2 \times 3 \times 2 \times 2 = 2^3 \times 3$$

